

EINTEILUNG DER VORLESUNG

Termin: Mittwoch 08:15 – 10:00

Donnerstag 08:15 – 11:00

Strömungsmaschinen Grundlagen

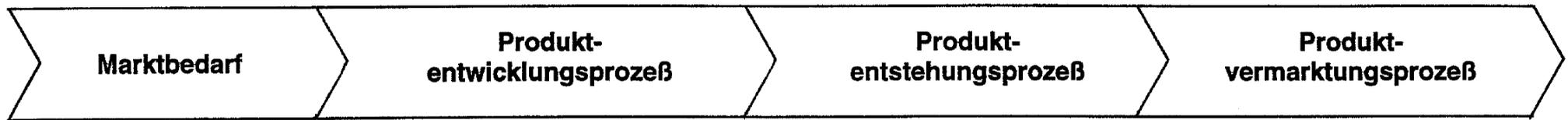
Strömungsmaschinen Grundlagen

Prof. Jaberg

- I. Einleitung
- II. Thermodynamische Energiebilanzen
- III. Energieaustausch und Verluste
- IV. Kavitation
- V. Ähnlichkeitsgesetze und dimensionslose Kennwerte
- VI. Pumpen und Anlagen
- VII. Hydraulische Verluste

Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen

aktuelle Institutsarbeit



- Anwendungen
- Funktionslastenheft

- Konstruktionsprozeß
- Vernetzung mit allen erforderlichen Arbeiten

- neue Fertigungsverfahren
- Arbeitsorganisation

- Anwendungen
- Sales Force Targeting
- Vertriebsschulung

herkömmliche Institutsarbeit

- Strömung in hydraulischen Maschinen und Anlagen
- hydraulische Auslegung und Berechnung

Schwerpunkte der Institutsarbeit

Leitbild

Das Institut deckt mit seiner Arbeit den gesamten Wertschöpfungsprozess der Pumpenindustrie, Hydraulischen Turbinenindustrie, Lüfter- und Gebläseindustrie vom Marktbedarf, Produktentwicklungsprozess, Produktentstehungsprozess bis zum Produktvermarktungsprozess ab.

experimentelle Arbeit:

- Strömung in Pelton-, Francis-, Kaplan-, Rohrturbinen
- Strömung in Radial-, Halbaxial-, Axialpumpen
- Strömung in Radial-, Halbaxial-, Axiallüftern und –gebläsen
- Turbolader
- Instationäre Vorgänge
- Kavitationsuntersuchungen
- Abnahmeveruche nach DIN/ISO

Messtechnik:

2D & 3D-Laser-Doppler- und Phasen-Doppler-Anemometrie, PIV-Messtechnik
Hitzdrahtmesstechnik und *ensemble averaging technique*
Drucksondenmessung im rotierenden System
konventionelle Messtechniken
thermodynamische Wirkungsgradmessung, Erweiterung auf kleine Leistungen und Druckdifferenzen

numerische Arbeiten:

Strömungssimulation mit verschiedenen 3D-Navier-Stokes-/Euler-Solvern
Instationäre Laufrad/Leitrad-Interaktion
Simulation hydraulischer Strömungen und Schaufelentwurf in ruhenden und rotierenden Systemen
Instationäre Strömungsvorgänge in hydraulischen Maschinen und Anlagen wie Kraftwerken, verfahrenstechnischen Anlagen u.ä.

Ausstattung:

Versuchshalle und Werkstatt mit einem **Universal-Großprüfstand** für Pumpen- und Turbinenbetrieb, mögliche Leistung bis 500 kW, PN 16, Q bis 3600 m³/h, Unterwasser-Kessel 27 m³
Axialgebläseprüfstand
verschiedene Kleinpumpenprüfstände

Werkstattausstattung:

3-Achsen-CNC-Maschine
weitere konventionelle Werkzeugmaschinen
Elektronikwerkstatt

Industrielle Prozessorientierung:

Marktorientierung der hydraulischen Maschinenindustrie
Erhebung des Kunden- und Marktbedarfs
Management of innovations am Beispiel hydraulische Strömungsmaschinen
Business process reengineering am Beispiel hydraulische Strömungsmaschinen

I. Einleitung

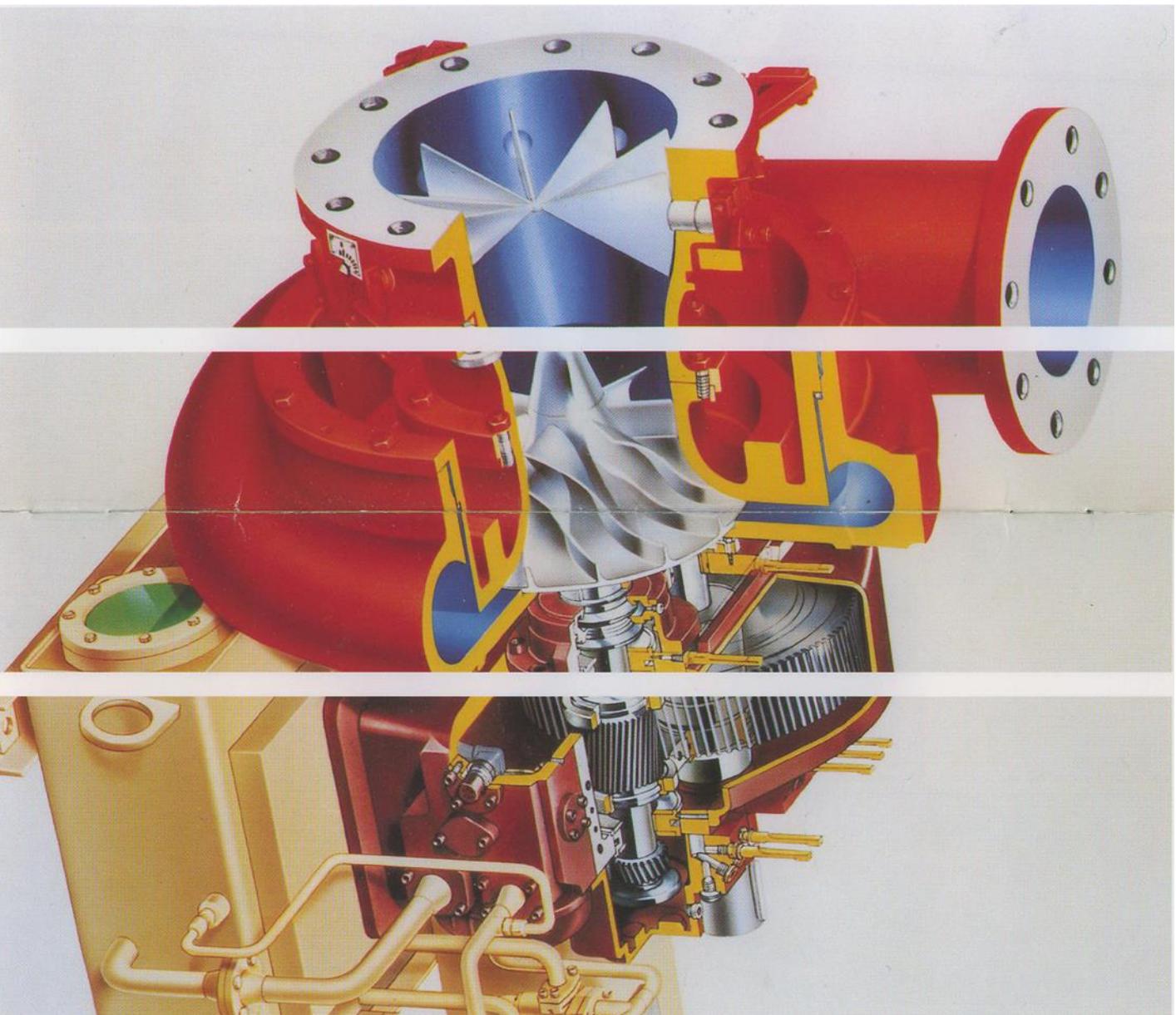
Alle Strömungsmaschinen: Energieaustausch zwischen

- kontinuierlich strömendem Fluid
- einem/mehreren sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit drehenden Laufrädern

- **Turbine** entzieht dem Medium im Laufrad Drall
→ Abnahme der Totalenergie im Medium
- **Pumpe** führt dem Medium im Laufrad Drall zu
→ Steigerung der Totalenergie im Medium

Je nach Maschinentyp wird die Dralländerung im drehenden Laufrad durch sehr unterschiedliche Geometrien bewirkt:

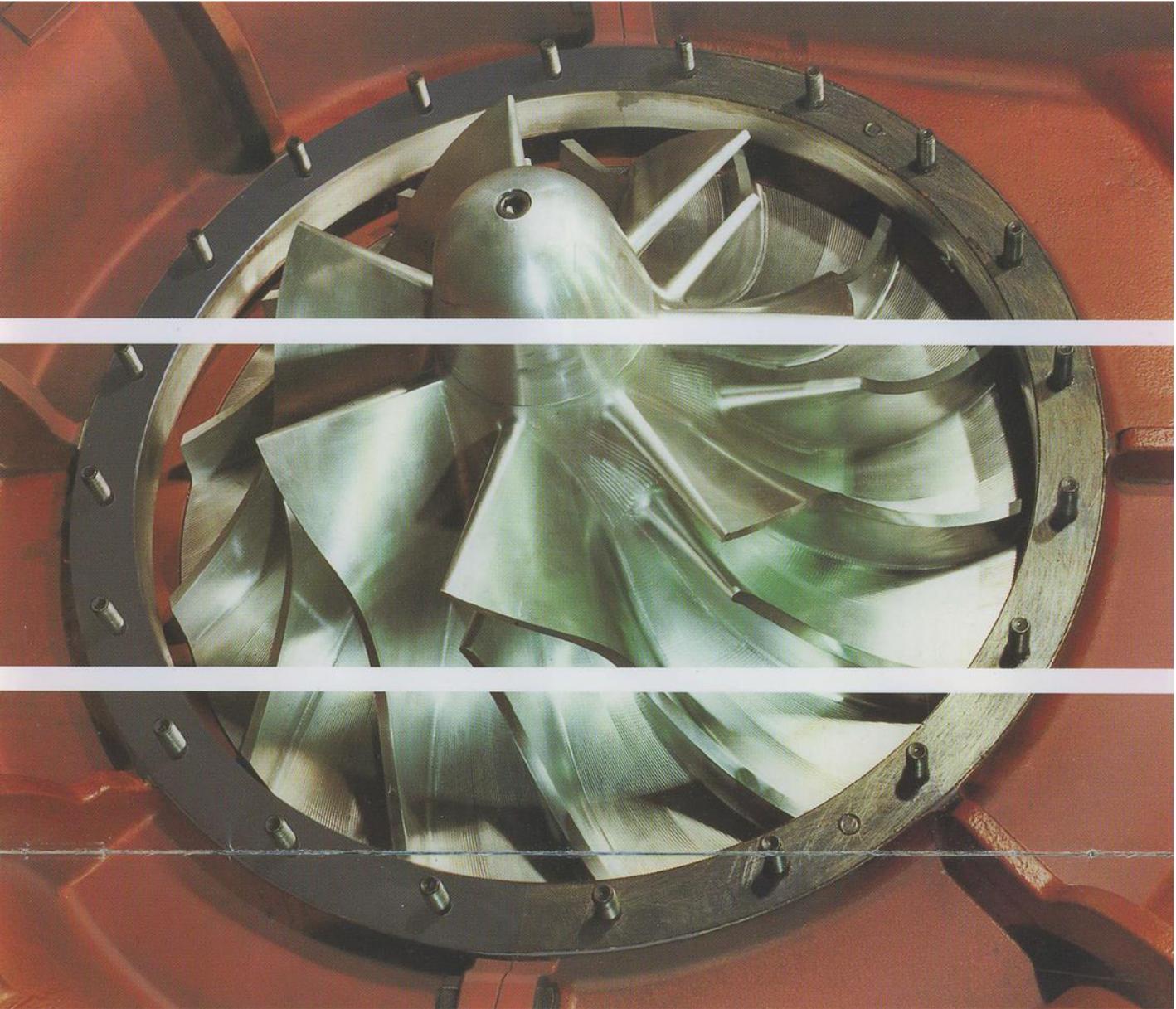
- **Räumlich gekrümmte Kanäle**



Quelle: Kühnle, Kopp & Kausch

Sectional view:

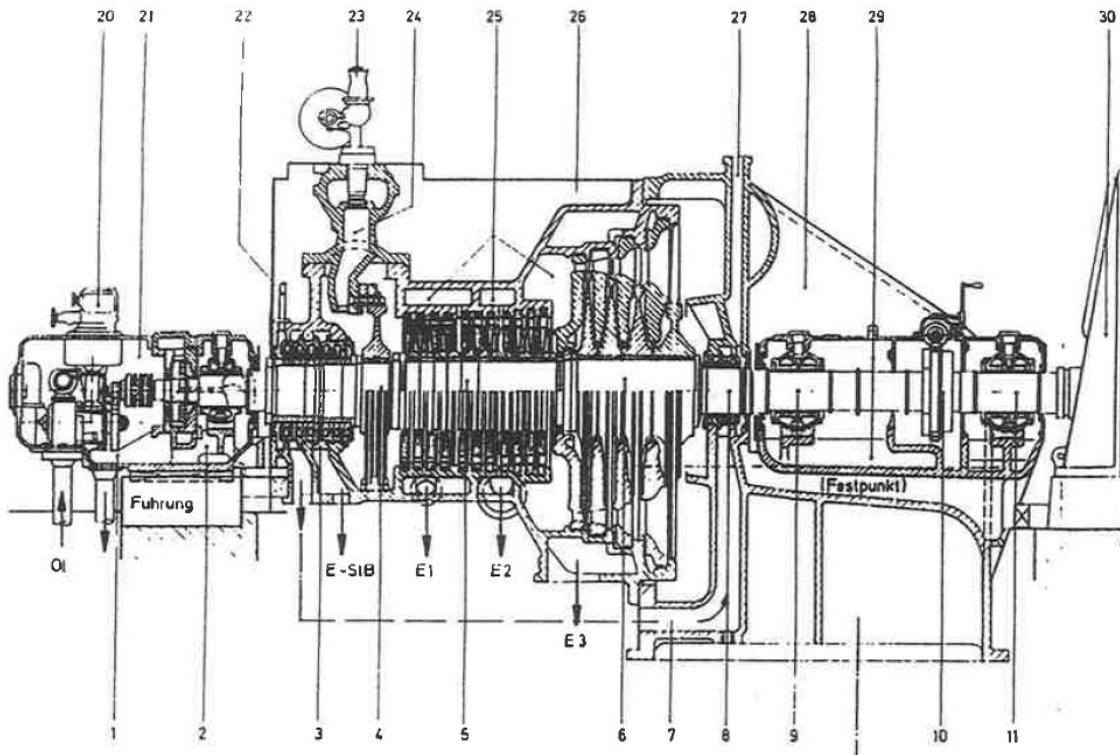
Integrally-g geared centrifugal compressor



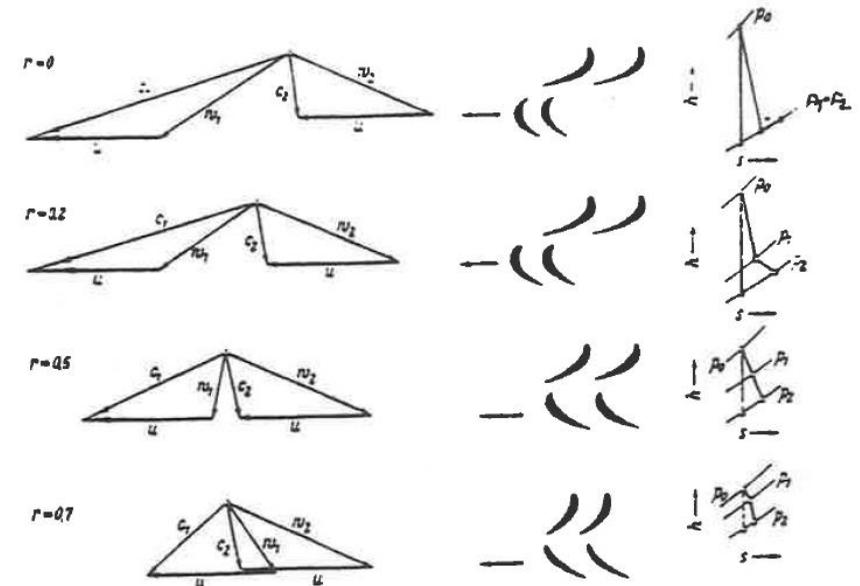
Quelle: Kühnle, Kopp & Kausch

Aluminium alloy impeller of an integrally geared centrifugal compressor

- Tragflügelprofile in Gitteranordnung



Längsschnitt durch eine Kondensationsturbine der Gleichdruckbauart



Geschwindigkeitsdreiecke, Schaufelprofile und h-s-Diagramme für Dampfturbinenstufen variabler Reaktion

Wirkungsweise und Bauteile mehrstufiger Dampfturbinen

Die mehrstufige, eingehäusige Kondensationsturbine auf Bild 2.1.20 arbeitet nach dem „Gleichdruckverfahren“ mit Einzelrädern. Außerdem werden Dampfturbinen für die Anwendung des „Überdruckverfahrens“ gebaut, bei denen der Läufer aus einer beschauelten Trommel besteht, s. Bild 2.2.19. Auf die Unterschiede wird später eingegangen.

Die Turbine besteht aus Laufer und Gehäuse; die Funktion der wesentlichen Teile wird kurz beschrieben.

Turbinenläufer

- 1 Antrieb für Hauptölpumpe und Regler. Rechts die beiden Punkte: Schnellschlussbolzen, die sich bei möglicher Überdrehzahl des Läufers nach außen bewegen und durch Hebel Übertragung die Dampfzufuhr abstellen (zwei Bolzen zur Sicherheit)
- 2 Druck- und Traglager des Turbinenläufers
- 3 Wellenstopfbüchse: Durch labyrinthartige berührungsfreie Spalte mit Drosselwirkung werden nicht vermeidbare Leckverluste an Arbeitsdampf stark eingedämmt
- 4 erste Stufe: hier ein über Lavaldüsen mit Frischdampf angetriebenes 2kränziges Curtis-Rad
- 5 weitere 11 Stufen, aus Einzelrädern bestehend; dieser Abschnitt kann als Hochdruckteil (HD) der Turbine bezeichnet werden
- 6 4 Niederdruckstufen (ND) mit stark zunehmenden Schaufellängen
- 7 der HD-seitigen Wellenstopfbüchse entnommener Dampf, der der ND-Stopfbüchse als

Sperrdampf zugeführt wird

- 8 die ND-Stopfbüchse steht auf ihrer linken Seite unter Unterdruck; durch die Sperrdampfzufuhr muss verhindert werden, dass atmosphärische Umgebungsluft in den Abdampfstutzen eingesaugt wird
- 9 Traggleitlager
- 10 Kupplung, außerdem Wellendreh Vorrichtung: Nach dem Stillsetzen und vor dem Anfahren werden die Läufer großer Turbinen, die mit hohen Dampftemperaturen arbeiten, mit niedriger Drehzahl gedreht, um eine gleichmäßige Durchwärmung der Teile zu erreichen.
- 11 Generatortraglager

Turbinengehäuse

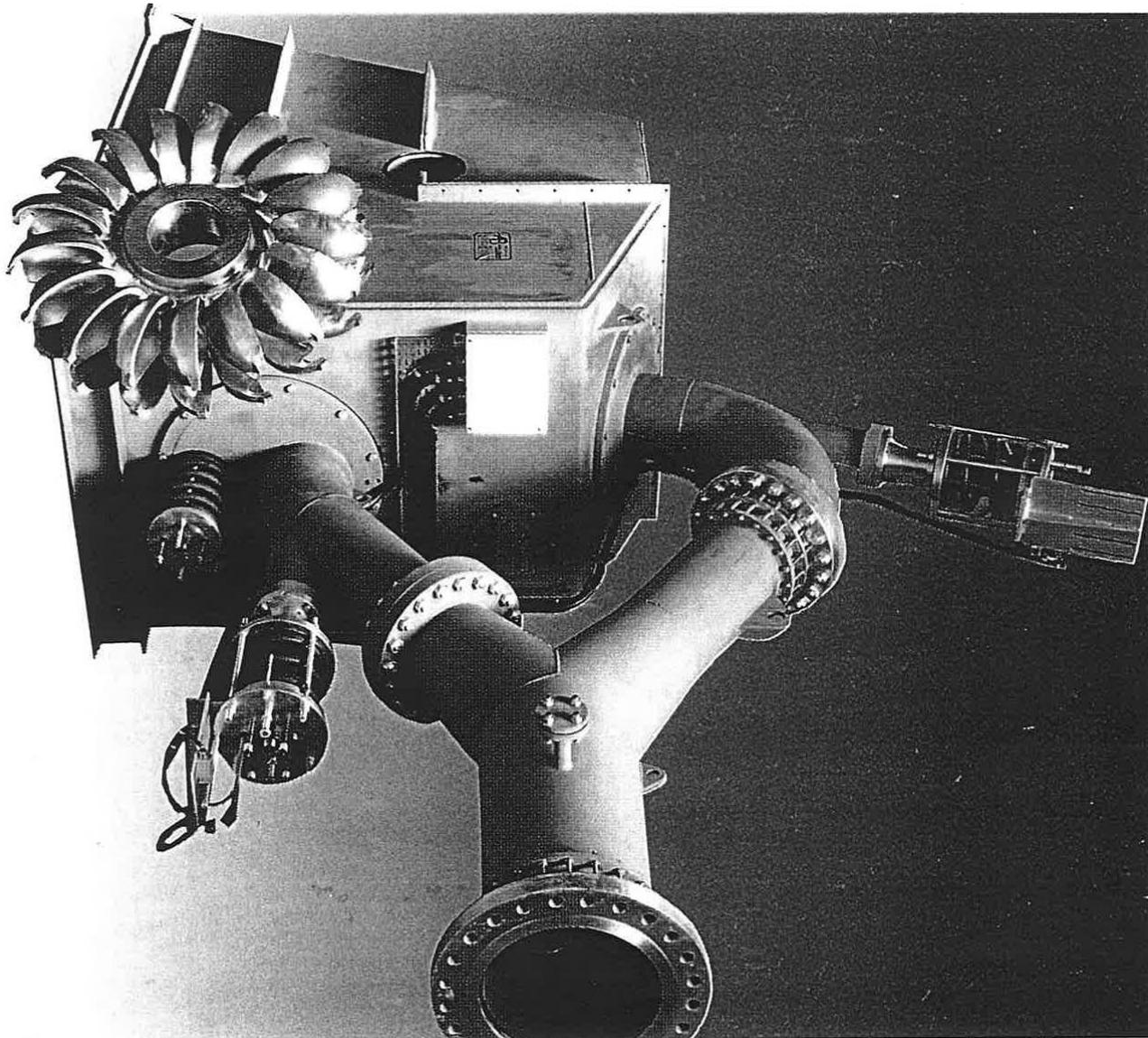
Das Turbinengehäuse ist in der Mitte horizontal geteilt, um den Läufer von oben her einlegen zu können.

- 20 Regler
- 21 Lagergehäuse; es ist auf dem Fundament gestützt und durch die Feder bei der Wärmedehnung axial fluchtend zur Mittellinie, geführt. Das Lagergehäuse ist mit dem Turbinengehäuse lösbar verbunden
- 22 HD-seitiger Stopfbüchsenkamin; hier wird restlicher Leckdampf in das Maschinenbaus abgeführt
- 23 Frischdampf-Regelventile; die Turbine erhält 3 bis 5 Ventile, um die Leistung durch Dampfmengefzufuhr ändern zu können
- 24 Ventilgehäuse; bei hohen Frischdampftemperaturen, wie hier, ein Teil für sich, das auch die Lavaldüsen aufnimmt, durch die das Curtis-Rad beaufschlagt wird
- 25 Turbinengehäuse HD-Teil; die Hohlräume zwi-

sehen Außen- und Innenwand werden von Anzapfdampf zur SpwVw, F., und E₂, durchströmt. Dieser Dampf gelangt durch Bohrungen hinter dem 4. bzw. 7. Laufrad dorthin. Drücke und Temperaturen werden gleichmäßiger verteilt, Belastungen und Wärmespannungen in den Gehäuseteilen herabgesetzt

- 26 Blechverschalung, darunter Isoliermatten zur Wärmedämmung
- 27 ND-Stopfbüchsenkamin; hier muss sichtbar restlicher Sperrdampf austreten zum Hinweis darauf, dass nicht umgekehrt Umgebungsluft in den Abdampfstutzen gesaugt wird
- 28 Abdampfstutzen, der gleichzeitig die Turbine mit dem Kondensator verbindet und die „Zwischenböden“ mit den Leitschaufeln aufnimmt; im Unterteil bei E₃ eine weitere Entnahmestelle für Anzapfdampf zur SpwVw
- 29 In den Abdampfstutzen mit eingegossenes Lagergehäuse
Festpunkt: hier ist das Turbinengehäuse von außen her mit dem Fundament verbunden; Wärmedehnungen gehen von hier aus nach links. Das vordere Turbinengehäuse ist gleitend auf dem Fundament gestützt; dabei wird der vordere Lagerbock (Führung bei 2) mitgeschoben. Gleichzeitig wird der Läufer vom Drucklager bei 2 ebenfalls nach links mitgenommen. Durch entsprechende seitlich (axial) bemessene Spiele zwischen Läufer- und Gehäuseteilen, auch an den Stopfbüchsen, wird gegenseitiges Anstreifen verhindert
- 30 Turbogenerator

- einseitig beaufschlagte räumlich gekrümmte Becher



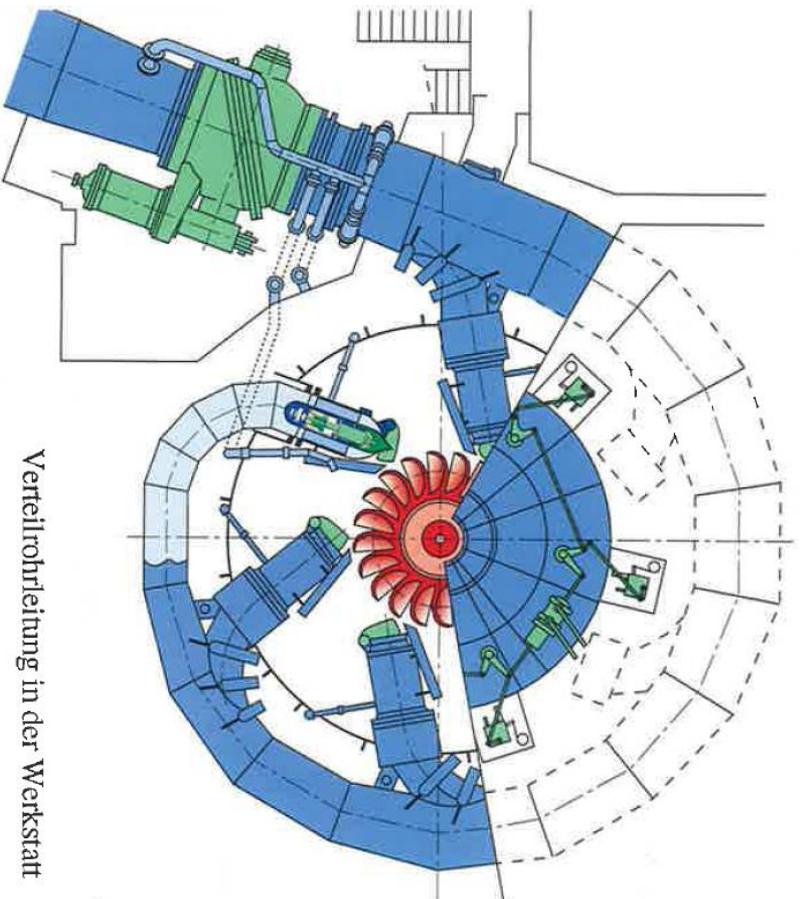
6-düsige VOITH - Pelton turbine

$H = 257 \text{ m}$

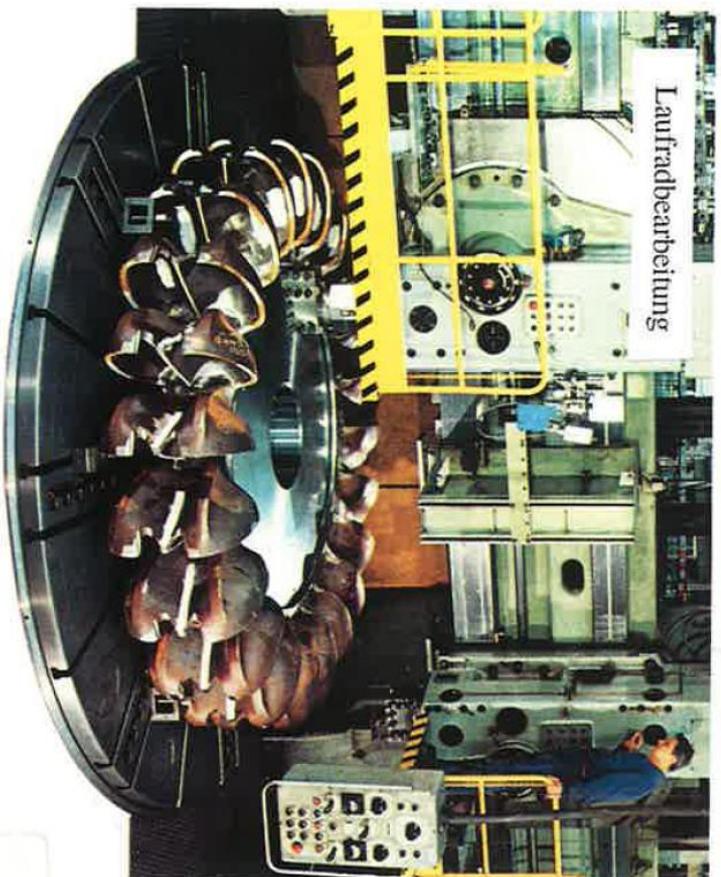
$P = 75,3 \text{ MW}$

$Q = 33,4 \text{ m}^3/\text{s}$

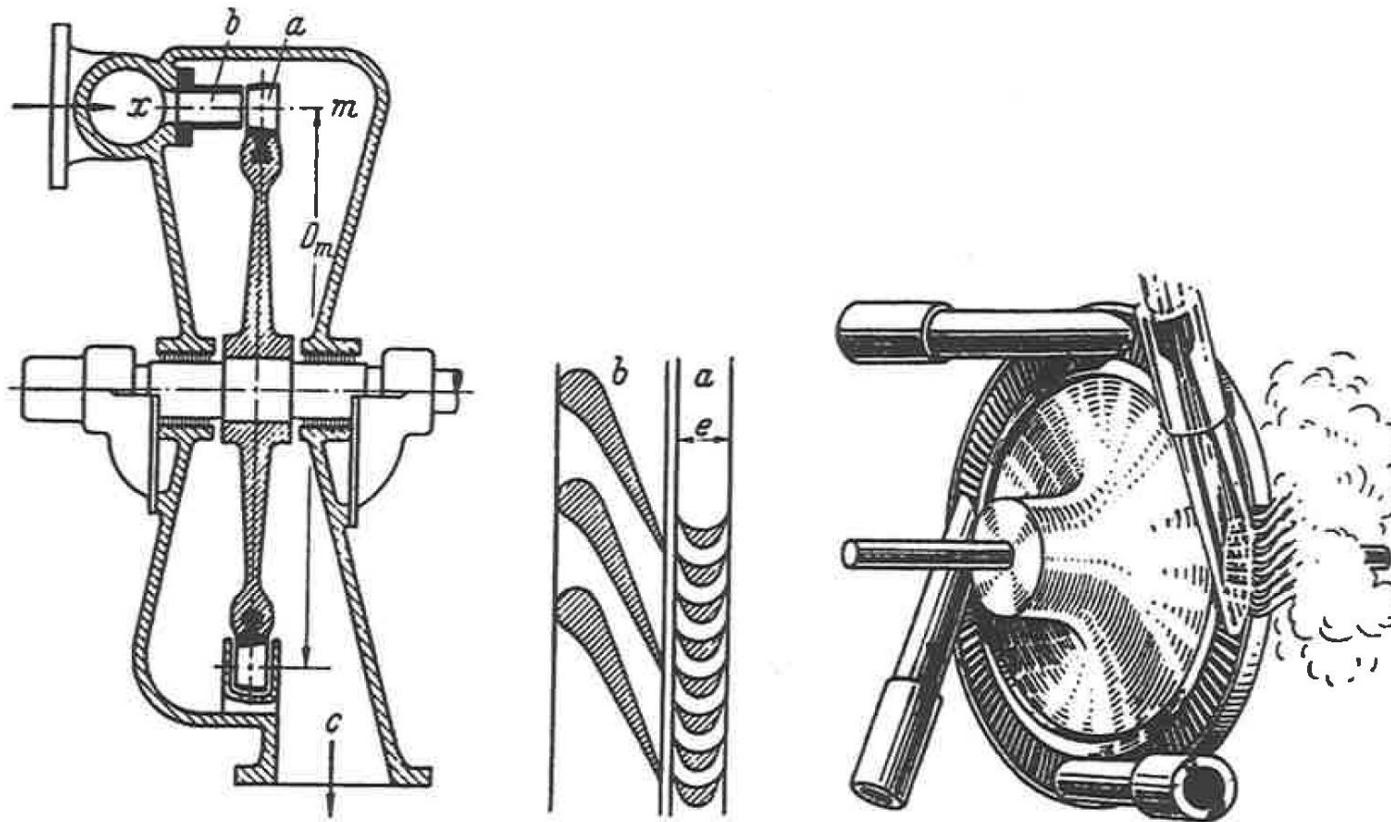
$D_{La} = 4200 \text{ mm}$



Verteilrohrleitung in der Werkstatt



Laufradbearbeitung



einstufige Dampfturbine nach de Laval

Die Leiteinrichtung

- Lassen die Gesamtenergie unverändert (abgesehen von Verlusten)
- Verändern den Drall, wodurch
 - ⇒ Druck in kinetische Energie (Turbine)
 - ⇒ Kinetische Energie in Druck (Pumpe)
umgewandelt wird
 - ⇒ Kräfte und Drehmomente auf die Leiteinrichtung wirken

Turbomaschinen

setzen große Leistungen in relativ kleinen und leichten Maschinen um,

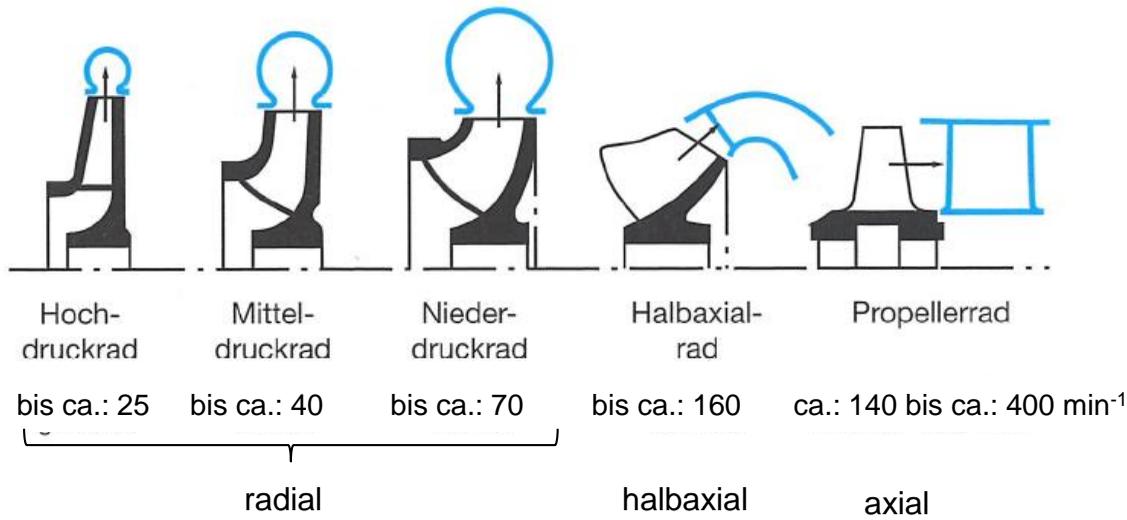
weil sie keine oszillierenden Massen besitzen

Klassifikationsmerkmale

a) Richtung des Energieflusses: Kraftmaschine, Turbine: Medium \Rightarrow Maschine
Arbeitsmaschine, Pumpe: Maschine \Rightarrow Medium

b) Druckänderung über Laufrad: Überdruck- / Reaktionsmaschine mit Druckänderung
Gleichdruckmaschine ohne Druckänderung

c) Durchströmungsrichtung des Laufrades



n_q

Pumpe/
Verdichter

Turbine

Pelton

Francis

Kaplan

Rohrturbine

(Laufrad nicht dargestellt)

Quelle: KSB

Laufradbauformen geordnet nach der Durchströmungsrichtung

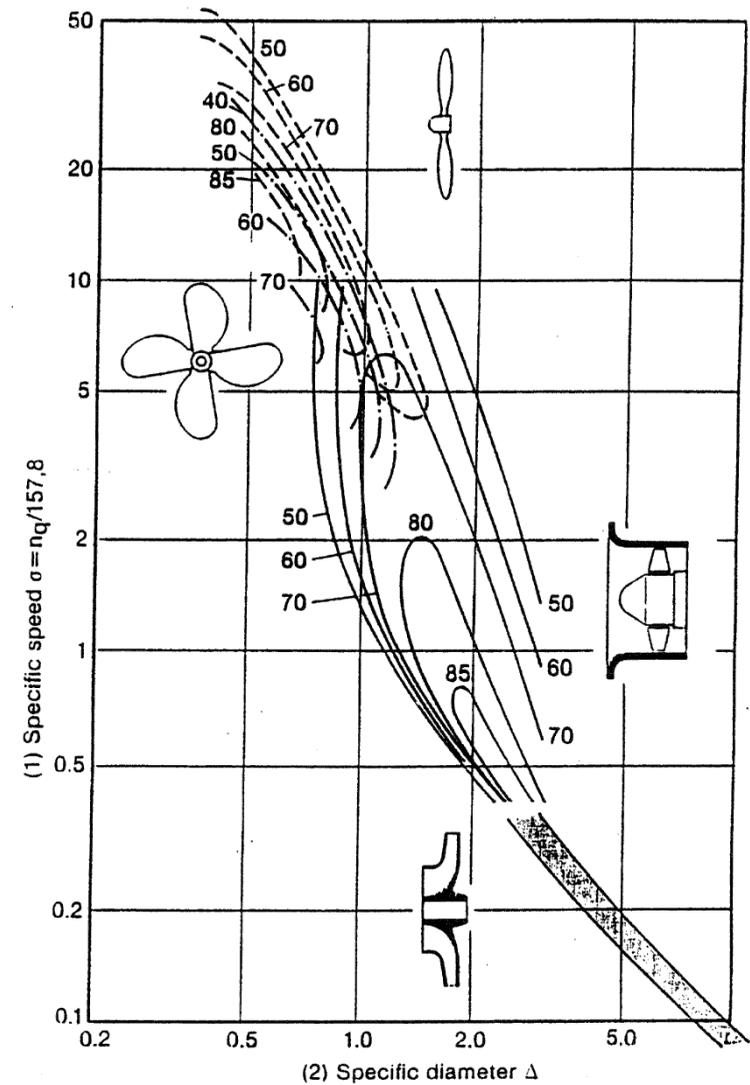


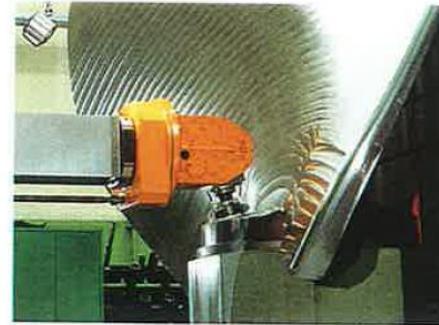
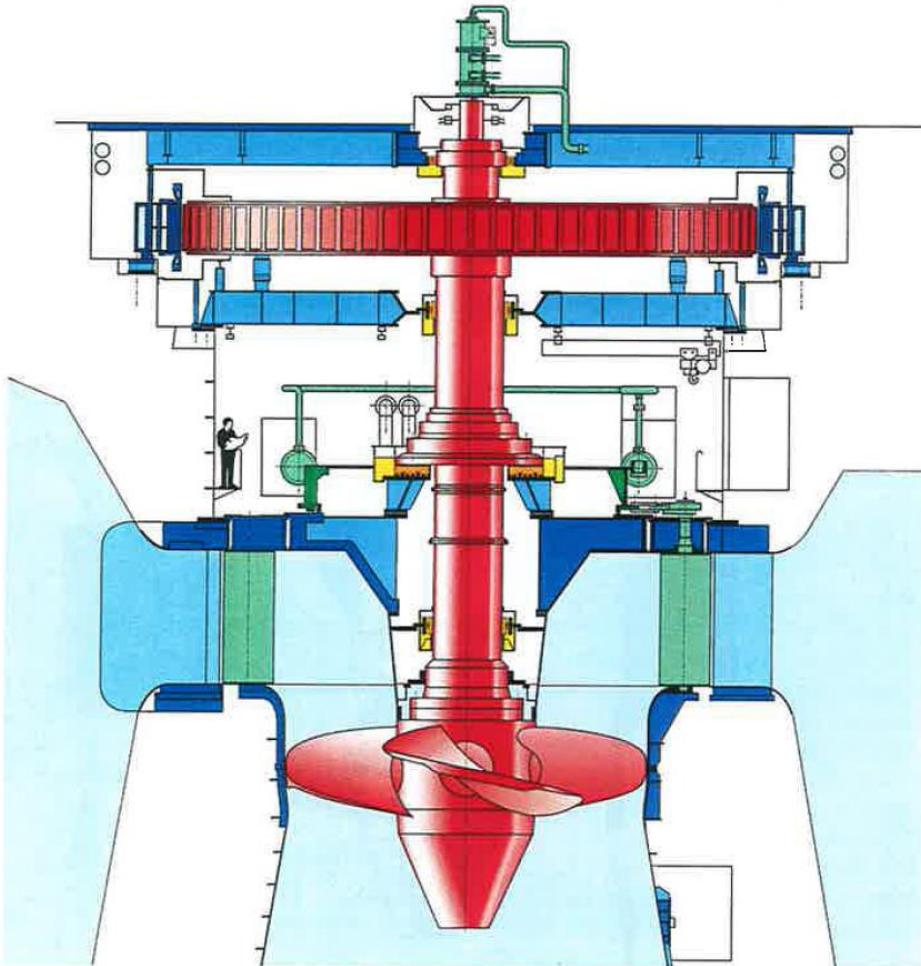
Fig. 1: CORDIER diagram (numerical values = η in %)
 - - - Air craft propeller — Axial propeller pump
 - - - Ships propeller — Radial impeller pump
 Fig. 1: Diagramme de CORDIER (valeur numeriques = η à %)
 - - - Hélice aerienne — Hélice axiale
 - - - Hélice de navire — Roue radiale
 (1) Vitesse spécifique, (2) Diametre spécifique

d) Wellenlage: Vertikal- / Horizontalmaschine

VOITH – Kaplanmaschine für Kraftwerk „YACYRETA“, Argentinien

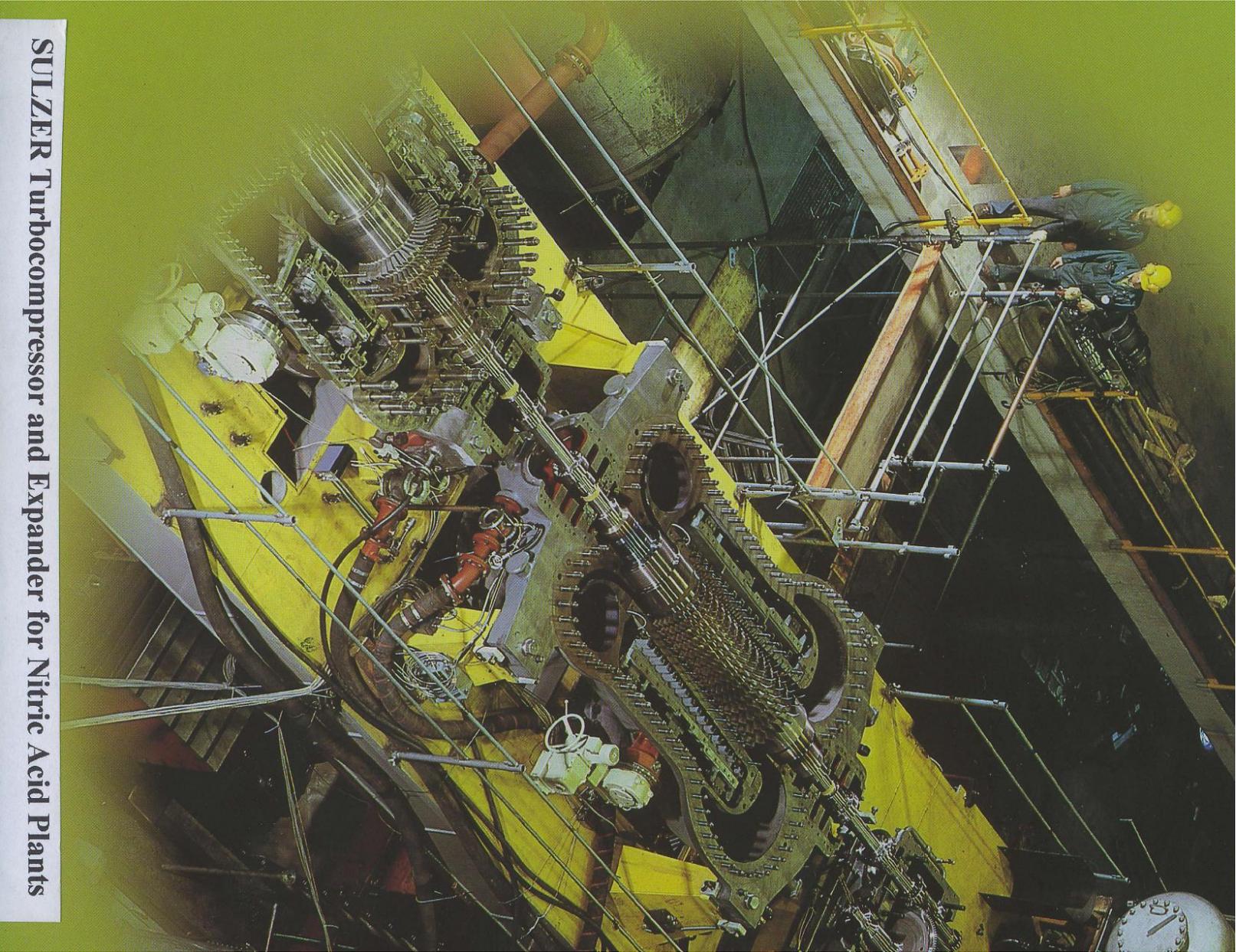
$$H = 21,4 \text{ m}, Q = 793,4 \text{ m}^3/\text{s}, P = 154 \text{ MW}, D_{La} = 9500 \text{ mm}$$

5-Achsen-Fräsen der Schaufeln
und Zusammenbau des Laufrades.



Laufradmontage im Kraftwerk.





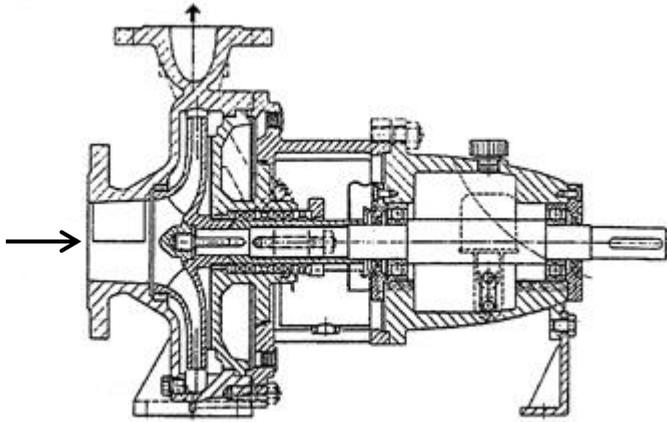
SULZER Turbocompressor and Expander for Nitric Acid Plants

Horizontale Welle

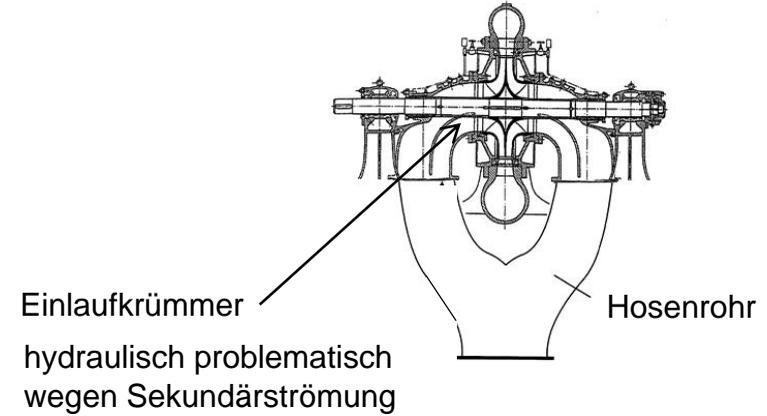
e) Stufenanordnung Serienschaltung: **mehrstufige** Maschine

Parallelschaltung: **mehrflutige** Maschine

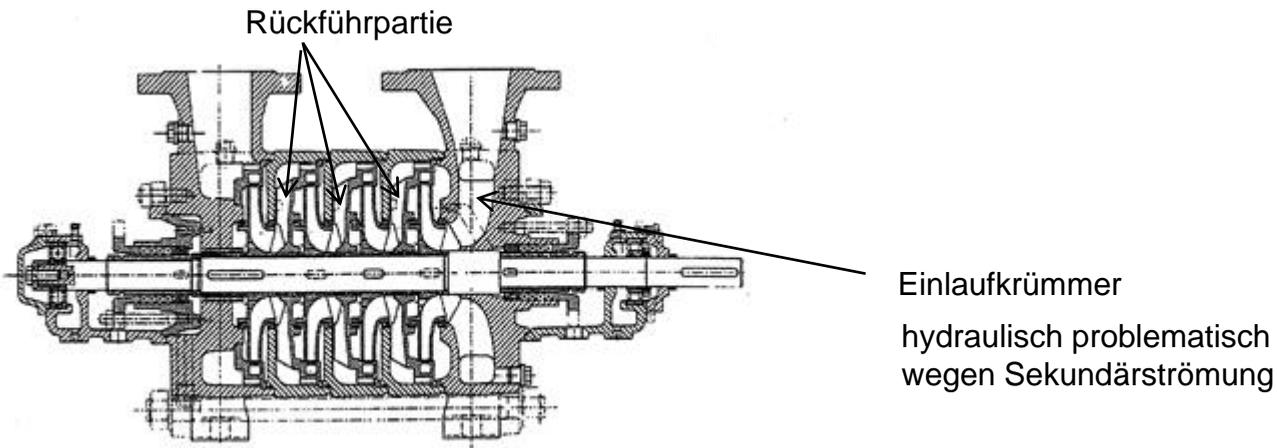
einflutig, einstufig



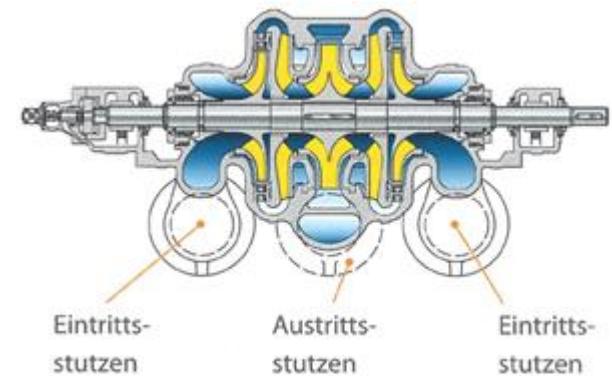
zweiflutig, einstufig



einflutig, vierstufig



zweiflutig, zweistufig



Centrifugal compressors

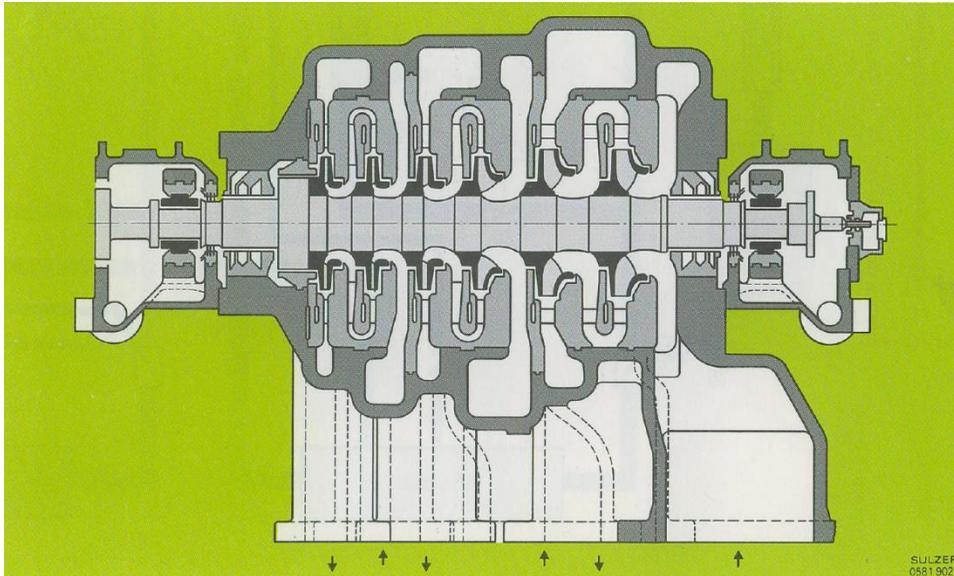


Fig. 13

Series RZ machines of four to eight stages with horizontally split casing and one or two pairs of intermediate nozzles for connecting external intercoolers

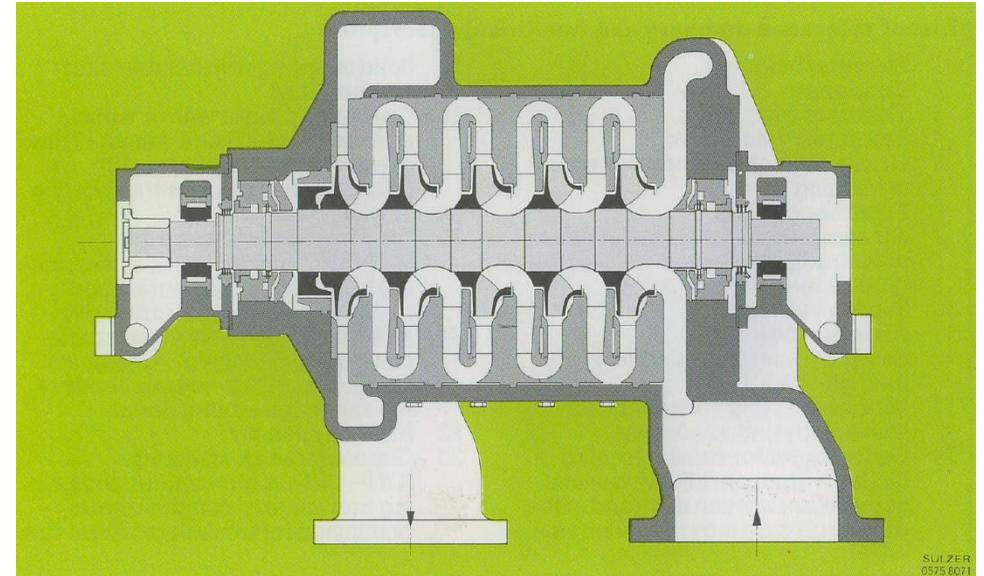
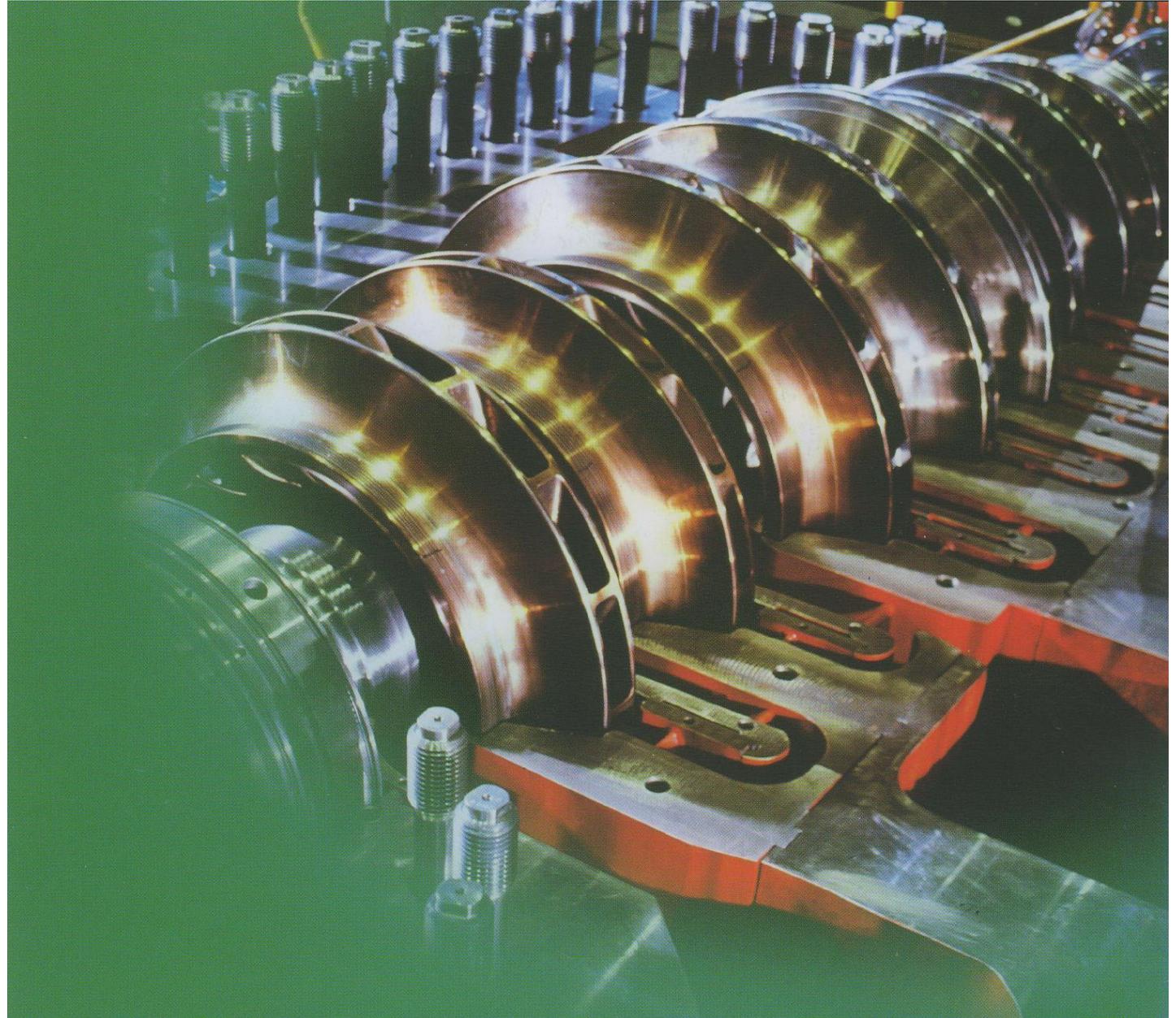


Fig. 14

Series R machines of one to eight stages with horizontally split casing, particularly suitable for compressing nitrous gases. There are no dead spaces provoking build-up of an ammonium nitrate salt.

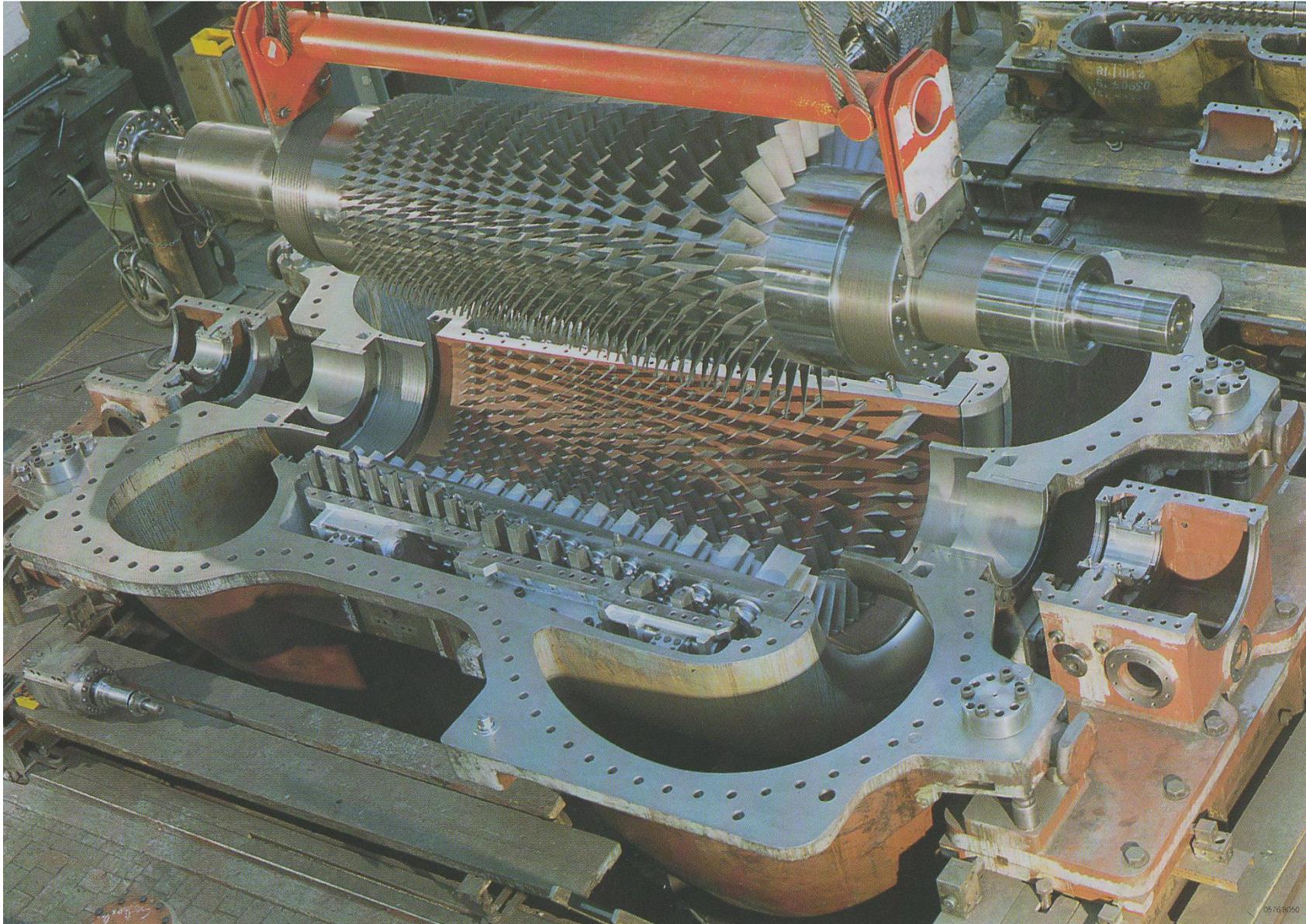
Quelle: Sulzer

Centrifugal compressor:



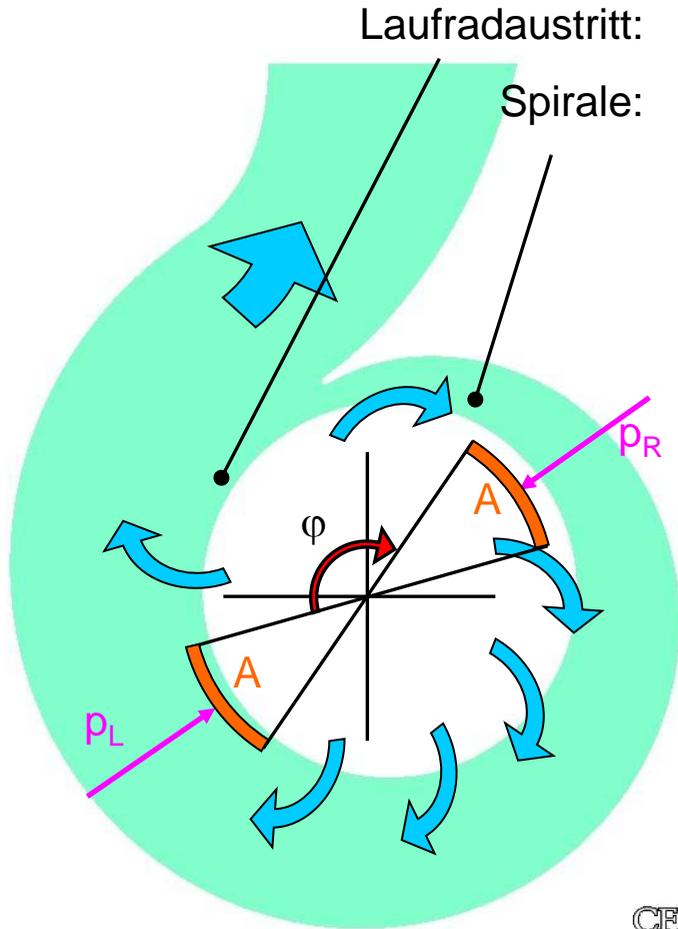
Quelle: Sulzer

Axial compressor: Suction volume 560.000 Nm³/h, discharge pressure 6.2 bar, power input 52.000 kW



Warum gibt es Spiralen?

Radialkraft in Pumpen und Verdichtern:

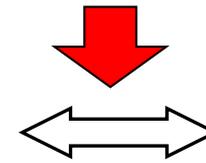


Lafradaustritt: H über Umfang $\varphi = \text{konst.}$

Spirale: Ruhendes System

$$H(\varphi) = \text{konst.} = p/\rho g + c^2/2g$$

$p = \text{konst.}$



$c = \text{konst.}$



Symmetrisch gegenüberliegende Druckkräfte heben sich auf
 $p_r \cdot A - p_l \cdot A = 0$

$c = \text{konst.}$ erfordert zunehmende Querschnittsfläche A wegen Volumenstrom Q aus dem Laufrad



Keine Resultierende auf Welle und Lager bei Q_{opt}

$$A = f(Q_{\text{opt}})$$

- Wahre Strömungen sind dreidimensional

Strömung

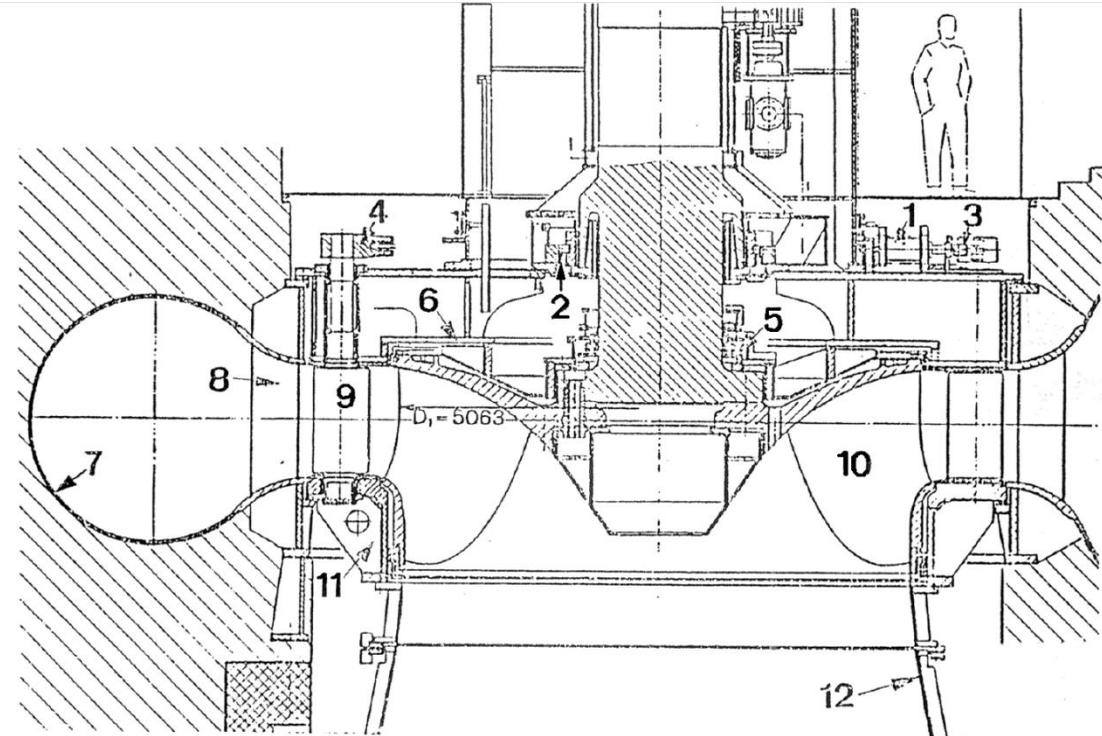
- an Nabe und an Außendurchmesser
- an Schaufeldruck- und Saugseite

sehr verschieden: Geschwindigkeitsbetrag
 Geschwindigkeitsrichtung
 Druck

- Strömung **nicht** schaufelkongruent
 ⇒ Minderleistung

- Strömung im Laufradinneren ist zu untersuchen:

- hoher Wirkungsgrad
- Vermeidung von Ablösung
- Vermeidung/Minimierung von Überschallstößen
- Vermeidung von Kavitation



dreidimensionale Rechnung

Gleichung bekannt:

Problem:

- Rechnerkapazität
- Rechenzeit
- Turbulenzmodellierung

Einfache dennoch leistungsfähige Programme wurden entwickelt, die sich in der Praxis bewährten.

- Potentialtheorie
- 2D / Q 3D-Verfahren
- Stromlinienkrümmungsverfahren

Vorlesung: eindimensionale Verfahren (SS: 2D/3D-Verfahren)

II. Thermodynamische Energiebilanzen

1. Allgemeine Energiebilanz

Beispiel: gekühlter Verdichter

stationärer Betrieb $\dot{E}_{ein} = \dot{E}_{aus}$ über Systemgrenzen

Alle Energieströme werden bezogen auf Massenstrom $\dot{m} = 1 \text{ kg/s}$

Energieformen:

Verschiebearbeit	$p \cdot v$	<i>alles spezifische Energien [J/kg]</i>
kinetische Energie	$c^2/2$	
Lageenergie im Schwerfeld , potentielle Energie	$g \cdot z$	
innere thermische Energie	u	
mechanische Wellenarbeit, positiv für Zufuhr	w_i	
Kühlwärme, positiv für Abfuhr	q	

$$\underbrace{\frac{p_e}{\rho_e} + \frac{c_e^2}{2} + g \cdot z_e + u_e + w_i}_{\text{zugeführte Größen}} = \underbrace{\frac{p_a}{\rho_a} + \frac{c_a^2}{2} + g \cdot z_a + u_a + q}_{\text{abgeführte Größen}}$$

zugeführte Größen = abgeführte Größen

$$w_i = (u_a - u_e) + \left(\frac{p_a}{\rho_a} - \frac{p_e}{\rho_e} \right) + \left(\frac{c_a^2}{2} - \frac{c_e^2}{2} \right) + g \cdot (z_a - z_e) + q$$

q enthält auch
Reibungswärme!

Enthalpie $h = u + p \cdot v = u + \frac{p}{\rho}$

$$w_i = h_a - h_e + \left(\frac{c_a^2}{2} - \frac{c_e^2}{2} \right) + g \cdot (z_a - z_e) + q$$

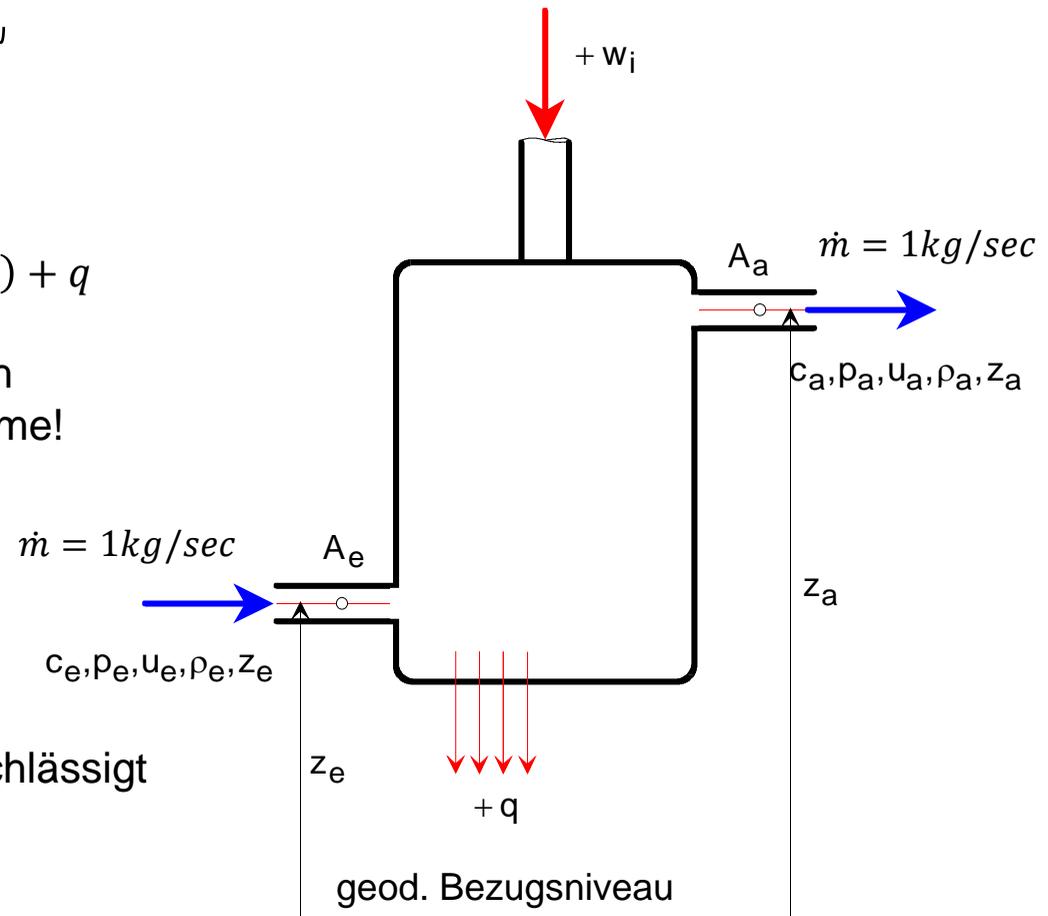
Totalenthalpie $h^* = h + \frac{c^2}{2}$ E_{pot} vernachlässigt

$$w_i = h_a^* - h_e^* + g \cdot (z_a - z_e) + q$$

Totalenthalpie $h^{**} = h + \frac{c^2}{2} + g \cdot z$ E_{pot} berücksichtigt

$$w_i = h_a^{**} - h_e^{**} + q$$

1. Hauptsatz



2. Anwendung der allgemeinen Energiebilanz auf **thermische** Maschinen und Strömungen

thermische Maschinen: $g \cdot (z_a - z_e)$ vernachlässigbar klein: $w_i = h_a^* - h_e^* + q$

Beispiel: Verdichter, überhitzter Dampf

Eintrittszustand: $h_e^* = h_e + \frac{c_e^2}{2}$

Austrittszustand **verlustfrei**, theoretisch

$$h_{a\ is}^* = h_{a\ is} + \frac{c_a^2}{2}$$

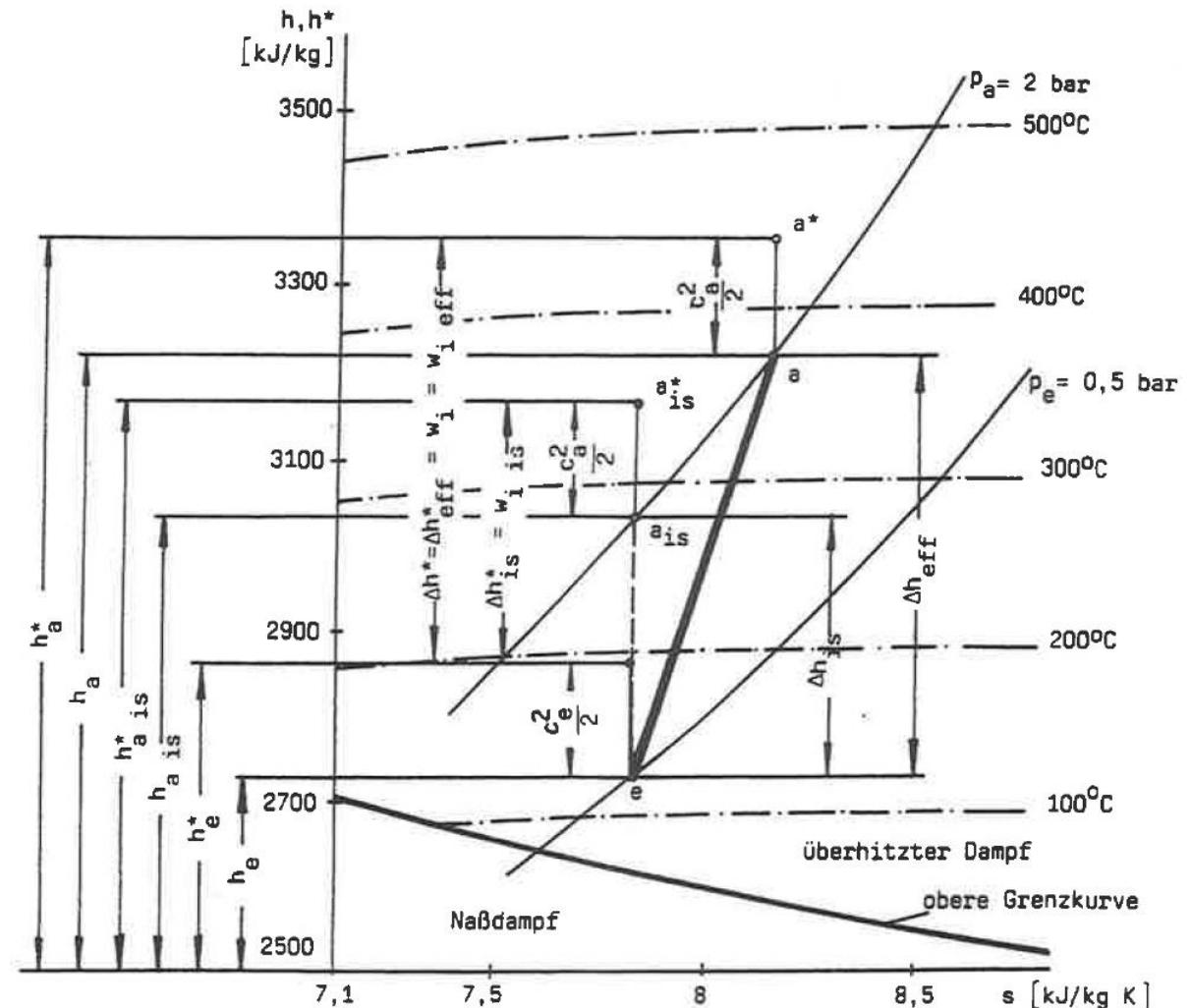
verlustfrei: isentrop $\Delta s = 0$

Austrittszustand **effektiv**, praktisch

$$h_a^* = h_a + \frac{c_a^2}{2}$$

⇒ zugeführte Arbeit ist bei **anisentroper**

Kompression erheblich höher



thermischer Verdichter

$$w_i = (h_a^* - h_e^*) + q$$

gekühlt

$$w_i = h_a^* - h_e^*$$

adiabate Kompression

meist gute Näherung für Praxis

thermische Turbine

$$w_i = (h_e^* - h_a^*) - q$$

gekühlte Turbine

$$w_i = h_e^* - h_a^*$$

adiabate Entspannung

thermische Rohrströmung

$$0 = (h_a^* - h_e^*) \pm q$$

+q

Wärmeabfuhr

$$\text{falls wärmeisoliert : } h_a^* = h_e^*$$

-q

Wärmezufuhr

Allgemein 1. Hauptsatz $\Delta h^* = \Delta w + \Delta q$ zwischen a und e

Zufuhr > 0

Abfuhr < 0

3. Anwendung der allgemeinen Energiebilanz auf **hydraulische** Maschinen und Strömungen

Wasser: inkompressibel $\rho_a = \rho_e = \rho$

spezifische Wärmekapazität: statt $c_p \approx c_v$ z.B.: $c_{f\text{ Wasser}} = 4,2 \text{ kJ/kg K}$

Verdichtung / Entspannung: isotherm **und** adiabat: Sonderfall bei hydraulischen Maschinen

Reibung erhöht innere Energie: $w_{Reib} = \Delta u$

Energiebilanz

$$\text{Verdichter } w_i = \frac{p_a}{\rho_a} - \frac{p_e}{\rho_e} + \frac{c_a^2 - c_e^2}{2} + g \cdot (z_a - z_e) + (u_a - u_e) + q$$

$$\text{Pumpe } w_i = \frac{p_a - p_e}{\rho} + \frac{c_a^2 - c_e^2}{2} + g \cdot (z_a - z_e) + w_{Reib}$$

thermodynamische Betrachtung

h,s-Diagramm für Wasser

$$dh = du + vdp + pdv \xrightarrow{\substack{c_v = c_f \\ dv = 0}} dh = c_f dT + vdp \quad \rightarrow \quad h = c_f \cdot (T - T_0) + \Delta p \cdot v$$
$$ds = \frac{dq}{T} = \frac{c_f dT}{T}$$

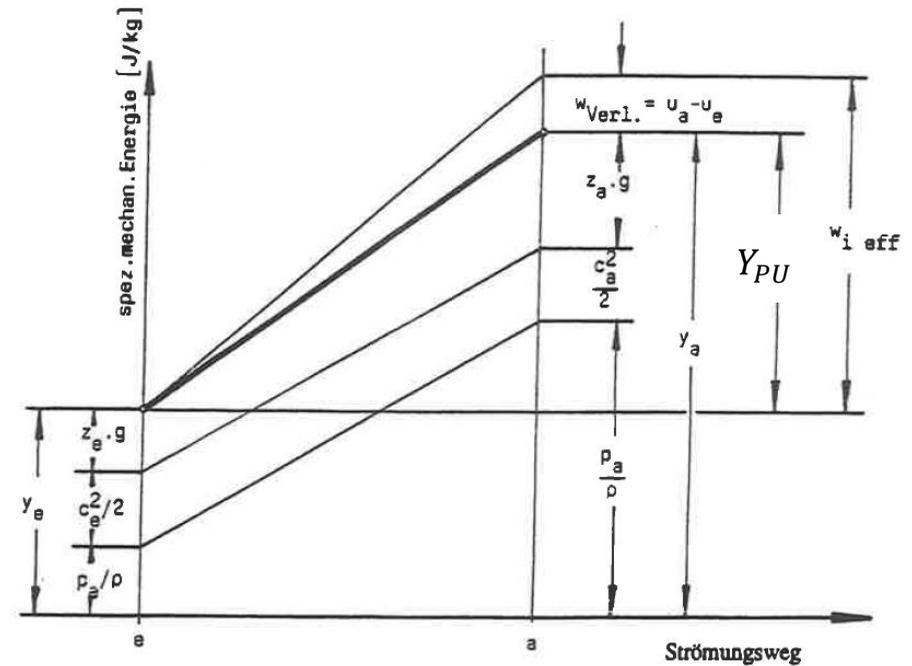
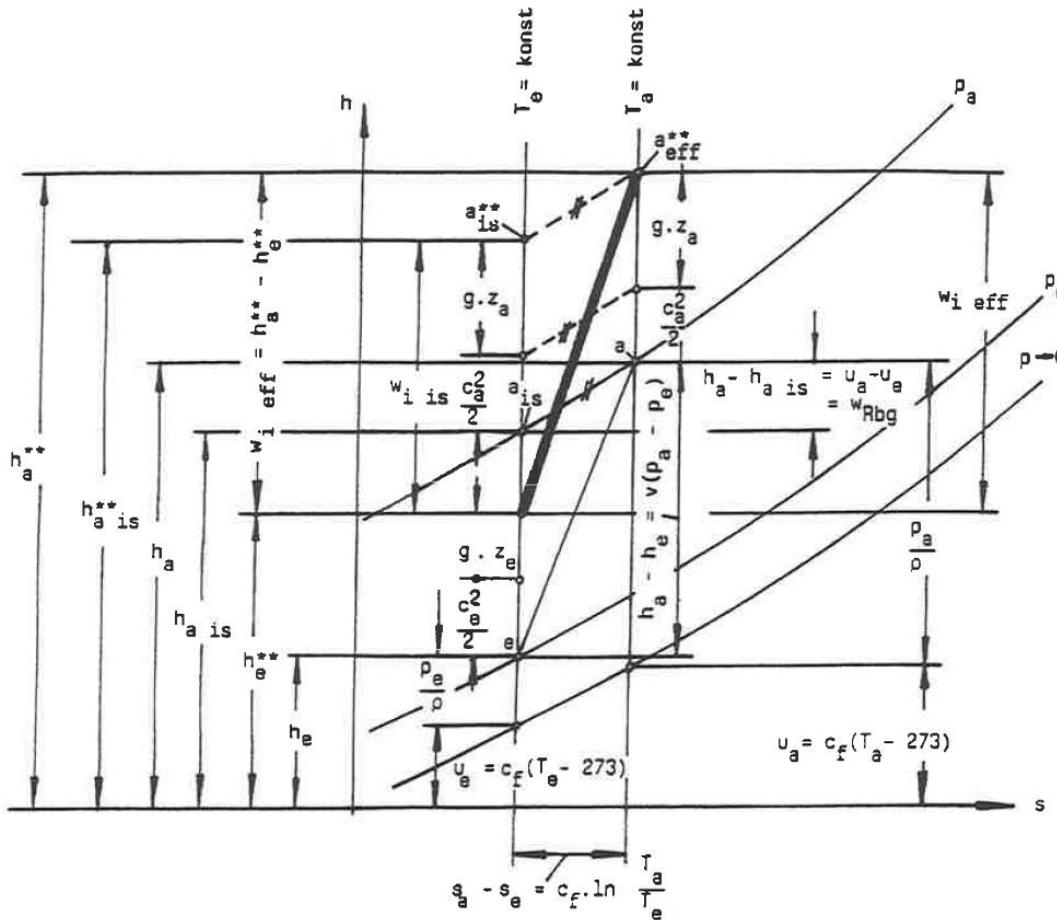
$$\text{Isotherme: } \left(\frac{dh}{ds} \right)_{T=\text{konst}} = \frac{T \cdot (c_f dT + vdp)}{c_f dT} \xrightarrow{dT \rightarrow 0} = \lim_{dT \rightarrow 0} \frac{T v dp}{c_f dT} = \infty \quad \text{Senkrechte}$$

Verlustfreie Entspannung / Verdichtung von Wasser verläuft mit konstanter Temperatur.

Diesen Umstand nutzt man bei der thermodynamischen Wirkungsgradmessung.

Die Isotherme von Wasser verläuft im h,s-Diagramm vertikal.

$$\text{Isobare: } \left(\frac{dh}{ds} \right)_{p=\text{konst}} = \frac{T \cdot (c_f dT + vdp)}{c_f dT} = T \quad \text{Gerade, wenn } T = \text{konst.}$$



Das h,s-Diagramm ist bis auf

- die zusätzlichen Terme $g \cdot z_a, g \cdot z_e$
- die fehlende Kompressibilität bei $w_{i,eff}$

analog zum h,s-Diagramm
thermischer Maschinen

Bei hydraulischen Maschinen wird nur die
spezifische mechanische Energie dargestellt

$$y = \frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + g \cdot z$$

$$Y = g \cdot H$$

Werte der spezifischen Energie: aus h,s-Diagramm

Turbine: $Y_{Tu} = y_a - y_e < 0$ Maschine gibt Arbeit ab

Pumpe: $Y_{Pu} = y_a - y_e > 0$ über Welle wird Maschine Arbeit zugeführt

Größenordnung der Temperaturerhöhung durch Reibung

$p_a = 101 \text{ bar}$ $p_e = 1 \text{ bar} \Rightarrow$ umgesetzte spezifische Energie: $Y_{Pu} = \frac{p_a - p_e}{\rho} = 10^4 \text{ J/kg}$

spezifische Reibungsverluste: geschätzt ca.: 10% der umgesetzten spezifischen Energie

$c_f \cdot \Delta T = w_{Reib} \Rightarrow$ Temperaturerhöhung $\Delta T = \frac{w_{Reib}}{c_f} = 0,24 \text{ K}$

Energiebilanz für Wasserturbine: analog

Flüssigkeitsströmung ohne Zufuhr von Wellenarbeit

$$0 = \frac{p_a - p_e}{\rho} + \frac{c_a^2 - c_e^2}{2} + g \cdot (z_a - z_e) + w_{Reib}$$

$$\frac{p_a}{\rho} + \frac{c_a^2}{2} + g \cdot z_a = \frac{p_e}{\rho} + \frac{c_e^2}{2} + g \cdot z_e - w_{Reib}$$

Kontinuität: $c_e = c_a$ bei Stromröhren konstanten Querschnitts

Geometrie: z_e, z_a gegeben

⇒ **Reibungsarbeit resultiert in (Gesamt-/Total-) Druckverlust**

Energiehöhe

Allgemein: Im Idealfall reversibler Zustandsänderungen lassen sich alle Energien ineinander überführen.

Spezialfall: Hydraulische Strömungsmaschinen: Alle Energien werden als potentielle Energie ausgedrückt. Das Maß für die potentielle Energie ist die Energiehöhe h , bis zu der das Fördermedium mit der entsprechenden Energie ansteige, wenn die Energie verlustfrei in E_{pot} übergeführt werden könnte.

Die jeweilige Energieform gibt der Energiehöhe ihren Namen.

Druckhöhe $h = \frac{p}{\rho \cdot g}$

Energiehöhe der inneren Wellenarbeit $h = \frac{w_i}{g}$

Geschwindigkeitshöhe $h = \frac{c^2}{2 \cdot g}$

Energiehöhe der inneren Energie $h = \frac{u}{g}$

potentielle Energiehöhe $h = z$

Energiehöhe der Kühlwärme $h = \frac{q}{g}$

Totalenergiehöhe $h_{tot} = \frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{c^2}{2 \cdot g} + z$ Totaldruck $p_{tot} = \rho \cdot g \cdot h_{tot}$

Pumpen: Förderhöhe $H = h_{tot a} - h_{tot e} = \frac{p_a - p_e}{\rho \cdot g} + \frac{c_a^2 - c_e^2}{2 \cdot g} + z_a - z_e$

Turbinen: Fallhöhe $H = h_{tot e} - h_{tot a} = \frac{p_e - p_a}{\rho \cdot g} + \frac{c_e^2 - c_a^2}{2 \cdot g} + z_e - z_a$

internationales Maßsystem:

Spezifische Energie $Y = g \cdot H$

Bei thermischen Maschinen wird die spezifische Energie bzw. das (Total-) Druckverhältnis als Maß verwendet.

Möglichkeit : Energiebilanz mittels Energiehöhen

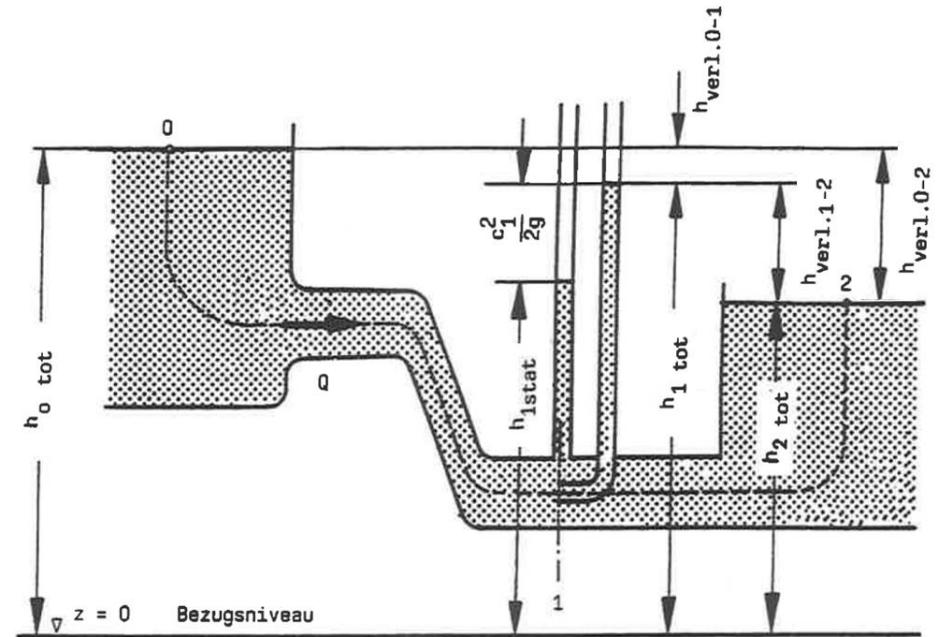
- entweder – absolute Druckhöhe
- oder – Druckhöhe über Atmosphärendruck

Stelle 0: Atmosphärendruck $p_0 = 0$
 Geschwindigkeit $c_0 = 0$

Statische Druckhöhe $h_{0stat} = \frac{p_0}{\rho \cdot g} + z_0 = z_0$
 Totaldruckhöhe $h_{0tot} = \frac{p_0}{\rho \cdot g} + z_0 + \frac{c_0^2}{2g} = z_0$

Stelle 1: Wandbohrung $h_{1stat} = \frac{p_1}{\rho \cdot g} + z_1$
 Staurohr $h_{1tot} = \frac{p_1}{\rho \cdot g} + z_1 + \frac{c_1^2}{2g}$

Stelle 2: Atmosphärendruck $p_2 = 0$
 Geschwindigkeit $c_2 = 0$
 Statische Druckhöhe $h_{2stat} = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + z_2 = z_2$
 Totaldruckhöhe $h_{2tot} = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + z_2 + \frac{c_2^2}{2g} = z_2$



Darstellung einer Energiebilanz mittels Energiehöhen

statische Druckhöhe $h_{stat} = \frac{p}{\rho \cdot g} + z$
 Totaldruckhöhe $h_{tot} = \frac{p}{\rho \cdot g} + z + \frac{c^2}{2g}$

Analytische Wirkungsgradberechnung

- Annahmen:
1. Ideales Gas
 2. Polytrope Verdichtung: $pv^m = \text{const.}$
 3. Kinetische Energie vernachlässigt

1. Hauptsatz:
$$\eta''_{i \text{ isentrop}} = \frac{w_{i \text{ isentrop}}}{w_{i \text{ effektiv}}} = \frac{\Delta h_{i \text{ isentrop}}}{\Delta h_{\text{polytrop}}} \quad \text{ohne kinetische Energien}$$

$$\Delta h_{i \text{ isentrop}} = \Delta q + \Delta w_{i \text{ isentrop}} = c_p \cdot (T_a - T_e)$$

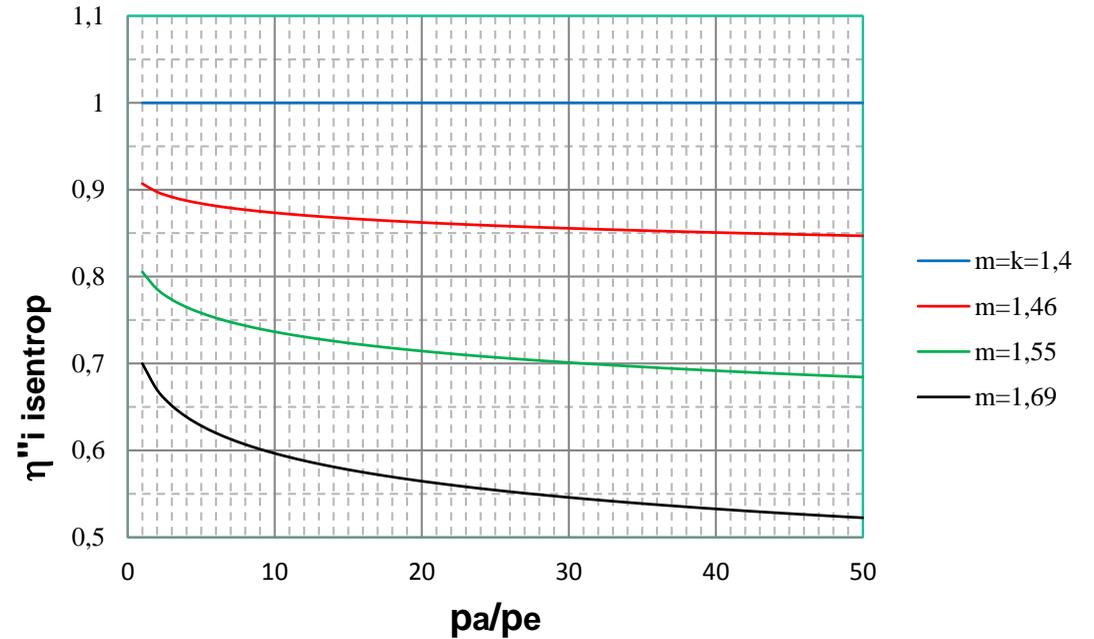
$$w_{i \text{ isentrop}} = c_p \cdot T_e \cdot \left(\frac{T_a}{T_e} - 1 \right) = c_p \cdot T_e \cdot \left[\left(\frac{p_a}{p_e} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]$$

$$\Delta h_{\text{polytrop}} = \Delta q + \Delta w_{i \text{ polytrop}} = c_p \cdot (T_a - T_e)$$

$$w_{i \text{ polytrop}} = c_p \cdot T_e \cdot \left(\frac{T_a}{T_e} - 1 \right) = c_p \cdot T_e \cdot \left[\left(\frac{p_a}{p_e} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right]$$

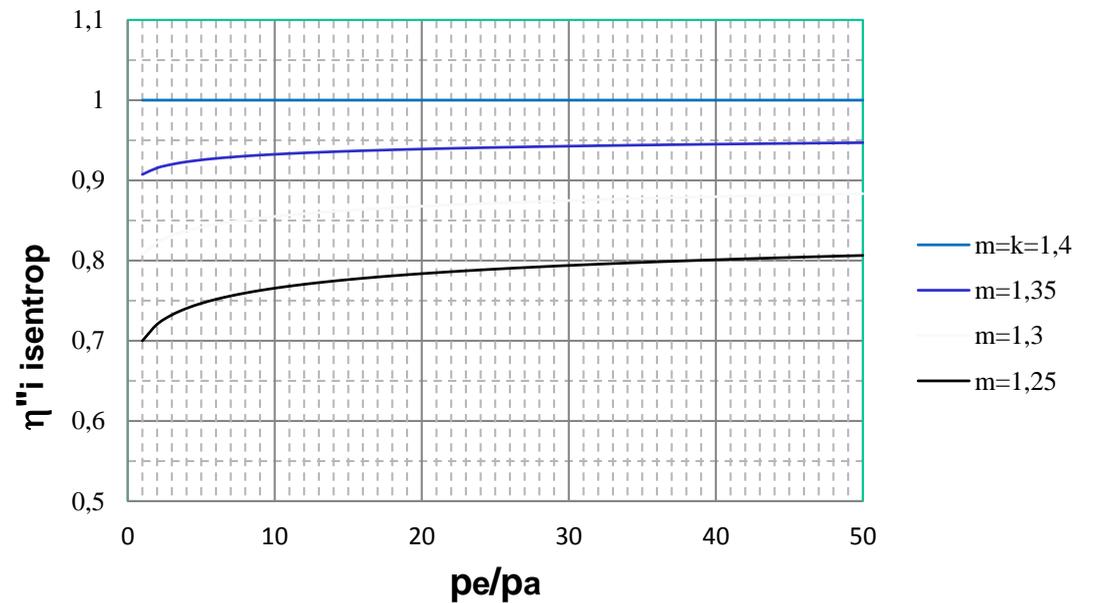
$$\eta''_{i \text{ isentrop}} = \frac{\left(\frac{p_a}{p_e}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1}{\left(\frac{p_a}{p_e}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1}$$

Kompression:
 η -Abnahme mit
 Druckverhältnis



$$\eta''_{i \text{ isentrop}} = \frac{1 - \left(\frac{p_a}{p_e}\right)^{\frac{m-1}{m}}}{1 - \left(\frac{p_a}{p_e}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$$

Expansion:
 η -Zunahme mit
 Druckverhältnis



oder :

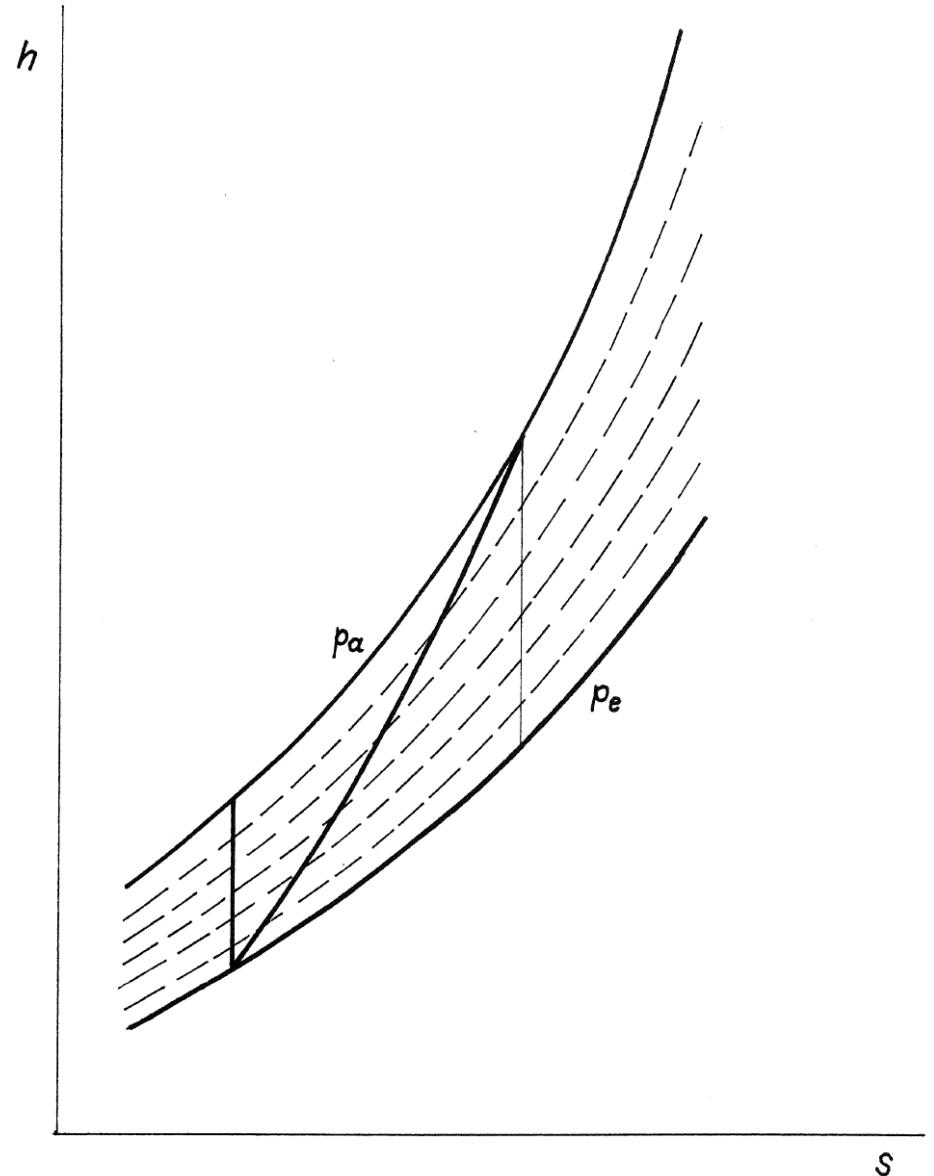
$$\eta''_{i \text{ isentrop}} = \frac{1 - \left(\frac{p_e}{p_a}\right)^{\frac{1-m}{m}}}{1 - \left(\frac{p_e}{p_a}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}}$$

Aus der Divergenz der Isobaren kann im h,s -Diagramm abgelesen werden:

Kompression: Die Irreversibilität verlangt größere Kompressionsarbeit bei steigendem Druckniveau. Abhilfe durch Rückkühlung!

Expansion: Durch die Irreversibilität wird in den höheren Stufen ein Teil der Reibungswärme der ersten Stufen zurückgewonnen.

Bei hydraulischen Maschinen sind diese Effekte nicht feststellbar, weil das Medium inkompressibel ist und die Isobaren fast identisch sind.



Isothermer Wirkungsgrad

... beschreibt, wie nahe die effektive Kompression der isothermen Kompression kommt

$$\eta_{i \text{ isotherm}} = \frac{W_{i \text{ isotherm}}}{W_{i \text{ effektiv}}}$$

1. Hauptsatz

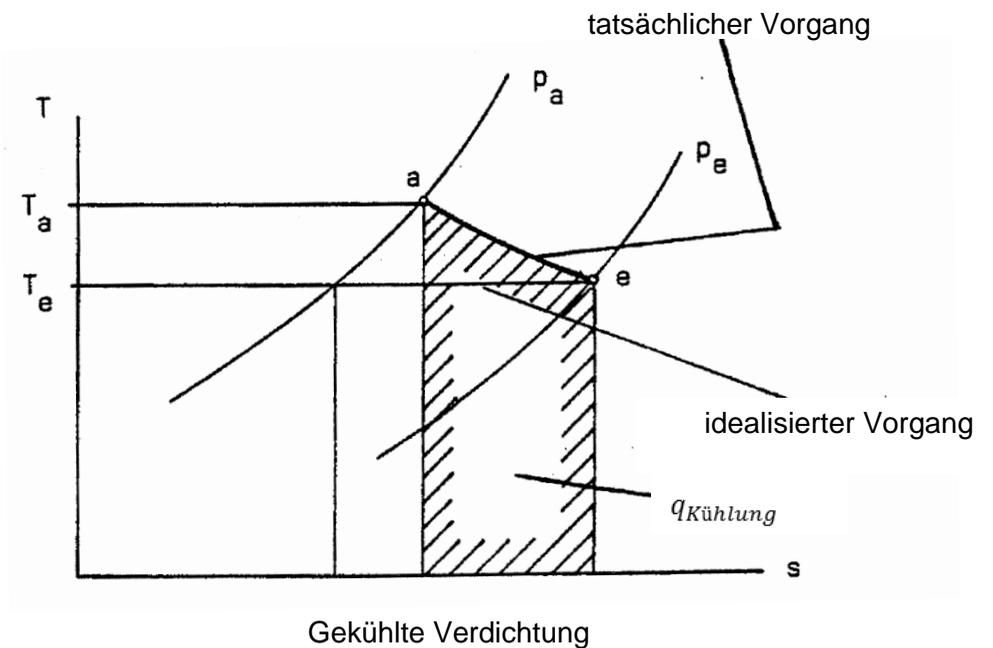
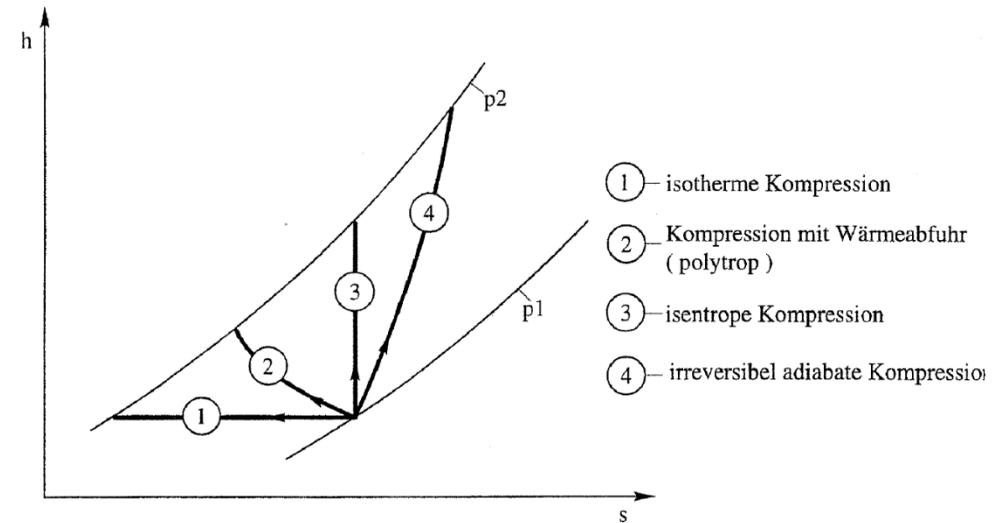
$$\Delta h_{\text{isotherm}} = \Delta u + \Delta \left(\frac{p}{\rho} \right) = \Delta q + \Delta w_i = 0$$

$$|\Delta w_i| = |\Delta q| = R \cdot T_e \cdot \ln \frac{p_a}{p_e}$$

$$\Delta h = \Delta q_{\text{eff}} + \Delta w_{i \text{ eff}} = c_p \cdot (T_a - T_e)$$

$$|\Delta w_{i \text{ eff}}| = \Delta h - \Delta q_{\text{eff}} = \Delta h + |\Delta q_{\text{eff}}|$$

$$\eta_{i \text{ isotherm}} = \frac{R \cdot T_e \cdot \ln \frac{p_a}{p_e}}{\Delta h + |\Delta q_{\text{eff}}|}$$

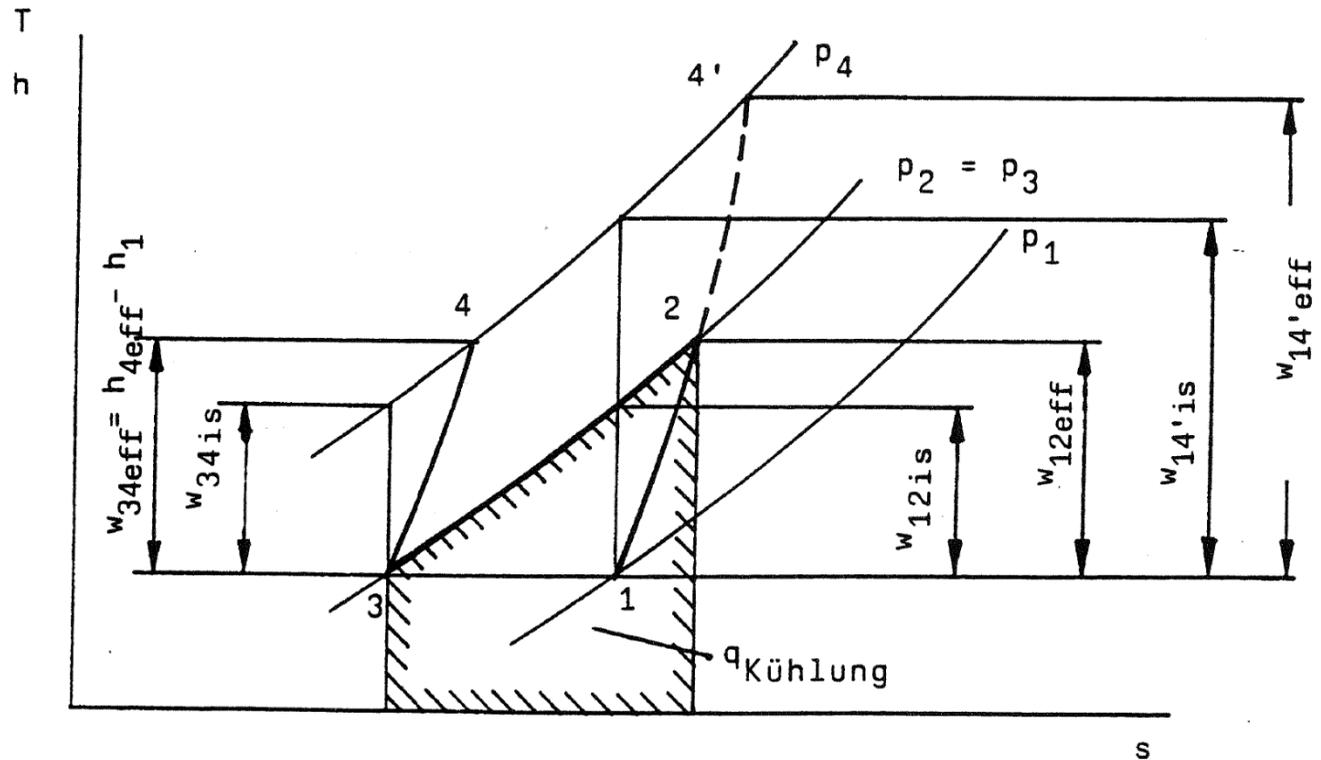


- Kühlung:
- Im Leitapparat
 - Nicht im Laufrad
 - Praktisch: **Zwischenkühlung**

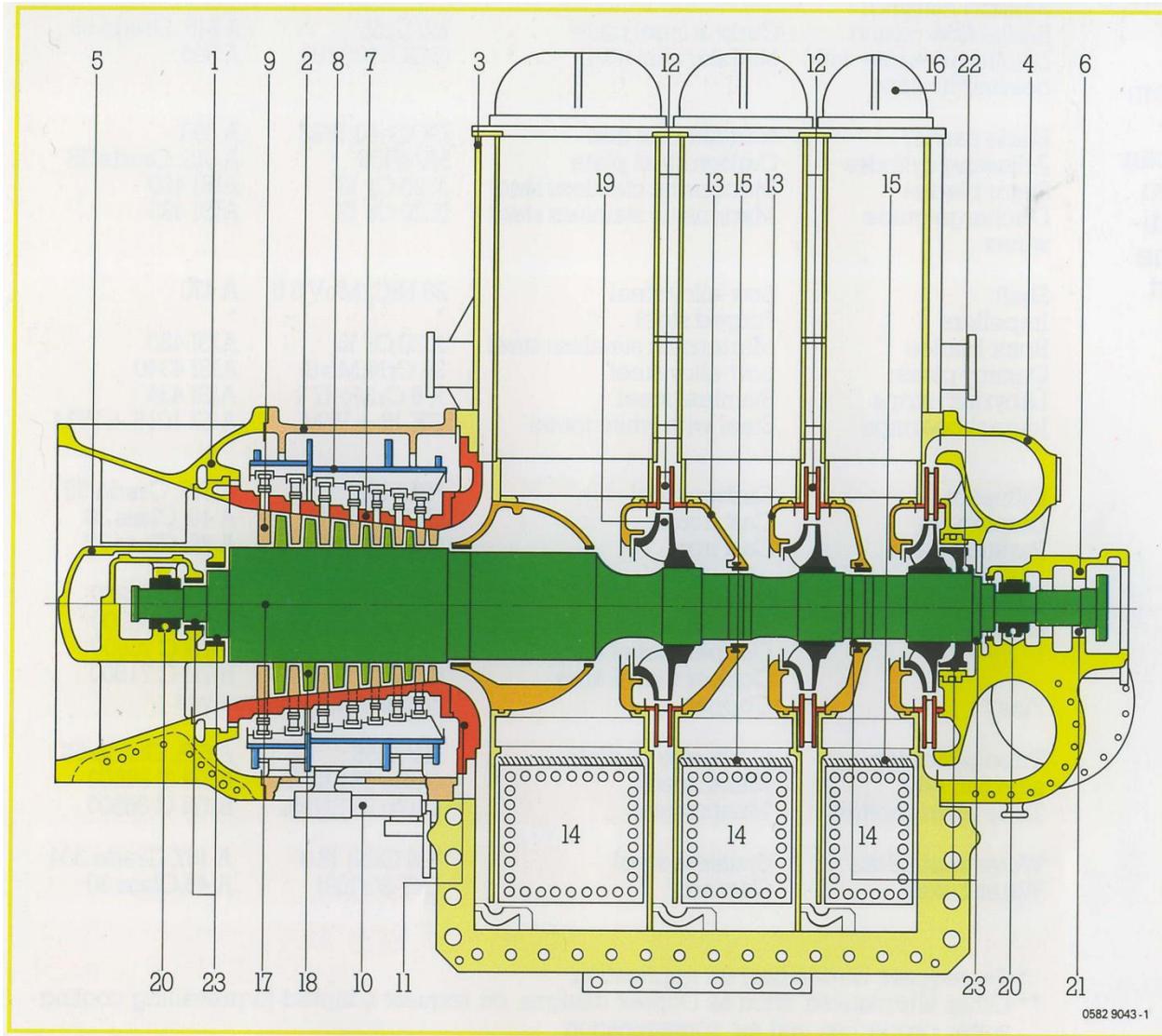
Zwischenkühlung spart Arbeit

$$w_{i14} < w_{i14'}$$

$$\eta_{i \text{ isotherm}} = \frac{R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{p_4}{p_1}}{h_{4 \text{ eff}} - h_1 + q_{\text{Kühlung}}}$$



Zweistufige Verdichtung mit Zwischenkühlung

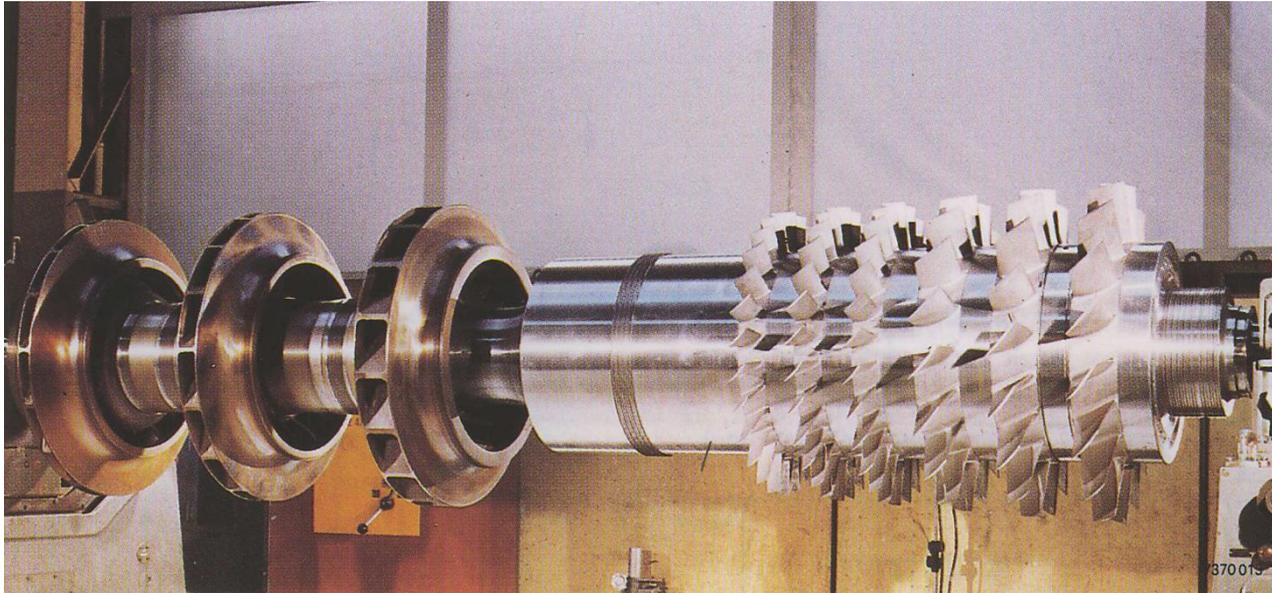


- 1 Inlet casing of axial section
- 2 Centre part of axial section
- 3 Casing of radial section
- 4 Discharge volute
- 5 Double-walled bearing housing, suction side
- 6 Bearing housing, discharge side
- 7 Blade carrier
- 8 Blade adjusting cylinder
- 9 Adjustable stator blades
- 10 Servomotor
- 11 Short-diffuser wall
- 12 Bladed diffusers
- 13 Partition walls
- 14 Cooler bundles
- 15 Water separator
- 16 Water chamber covers
- 17 Shaft
- 18 Rotor blades
- 19 Impellers
- 20 Journal bearings
- 21 Position of thrust bearing, if fitted
- 22 Balance piston
- 23 Shaft seal

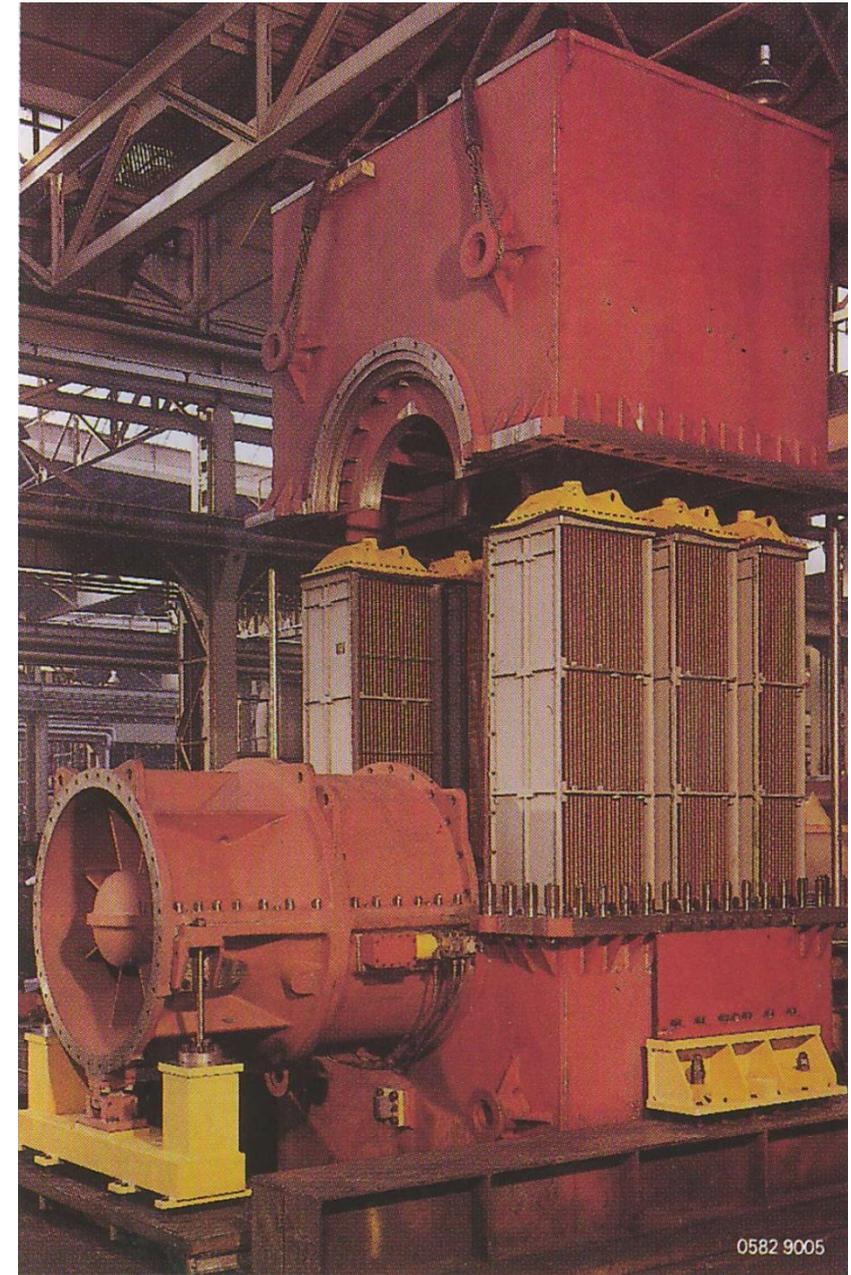
Schnitt durch einen ISOTHERMEN Kompressor: oben: vertikale Ebene

unten: horizontale Ebene

Rechts: Inspection of the internal parts is made by simply lifting the centrifugal casing top half without disturbing coolers and adjacent casing parts.



Oben: The single monobloc rotor running in only two journal bearings ensures high rotor stability and low vibration level.



Hydraulische Maschinen

$$\eta = \frac{\text{Nutzeffekt}}{\text{Aufwand}}$$

Pumpvorgang

$$w_{i\,eff} = \frac{p_a - p_e}{\rho} + \frac{c_a^2 - c_e^2}{2} + g \cdot (z_a - z_e) + (u_a - u_e)$$

$$= \underbrace{\frac{p_a}{\rho} + \frac{c_a^2}{2} + g \cdot z_a}_{y_a} - \underbrace{\left(\frac{p_e}{\rho} + \frac{c_e^2}{2} + g \cdot z_e \right)}_{y_e} + w_{verl}$$

Nutzeffekt Y

$$\eta_i = \frac{Y}{Y + w_{verl}} = \frac{1}{1 + \frac{w_{verl}}{Y}} \quad \text{mit } w_{verl} = g \cdot h_v, \quad Y = g \cdot H \quad \rightarrow$$

$$\eta_i = \frac{1}{1 + \frac{h_v}{H}}$$

Entspannungsvorgang

$$\begin{aligned}w_{i\,eff} &= \frac{p_e - p_a}{\rho} + \frac{c_e^2 - c_a^2}{2} + g \cdot (z_e - z_a) - w_{verl} \\ &= \underbrace{\frac{p_e}{\rho} + \frac{c_e^2}{2} + g \cdot z_e}_{y_e} - \underbrace{\left(\frac{p_a}{\rho} + \frac{c_a^2}{2} + g \cdot z_a \right)}_{y_a} - w_{verl}\end{aligned}$$

Nutzeffekt $w_{i\,eff}$

$$y_e - y_a = Y$$

$$\begin{aligned}\eta_i &= \frac{w_{i\,eff}}{Y} = \frac{Y - w_{verl}}{Y} = 1 - \frac{w_{verl}}{Y} \\ &= 1 - \frac{h_v}{H}\end{aligned}$$

- Innerer Wirkungsgrad:
- Das vom System bereitgestellte Energieniveau hat auf diesen Wirkungsgrad keinen Einfluss. (anders bei thermischen Maschinen)
 - Der innere Wirkungsgrad berücksichtigt nur Ein- und Austritt. Die einzelnen Stufenelemente sind so auszulegen, dass die geforderten Zustandsgrößen am Austritt aus der Stufe/Maschine sich auch tatsächlich einstellen

III. Energieaustausch und Verluste

Entwurf einer Strömungsmaschine:

- Betrachtung der Strömung durch alle Komponenten
- detaillierte Verlustbetrachtung

Grundelemente der Strömungsmaschine:

- Laufrad
- Leitrad

1-stufige Turbomaschine \Leftrightarrow mehrstufige Turbomaschinen

Turbine: Strömung fließt zunächst durch **Leitrad**, dann durch **Laufrad**

Verdichter / Pumpe: Strömung fließt durch **Laufrad**, dann durch **Leitrad**

Beispiel: Kleindampfturbine

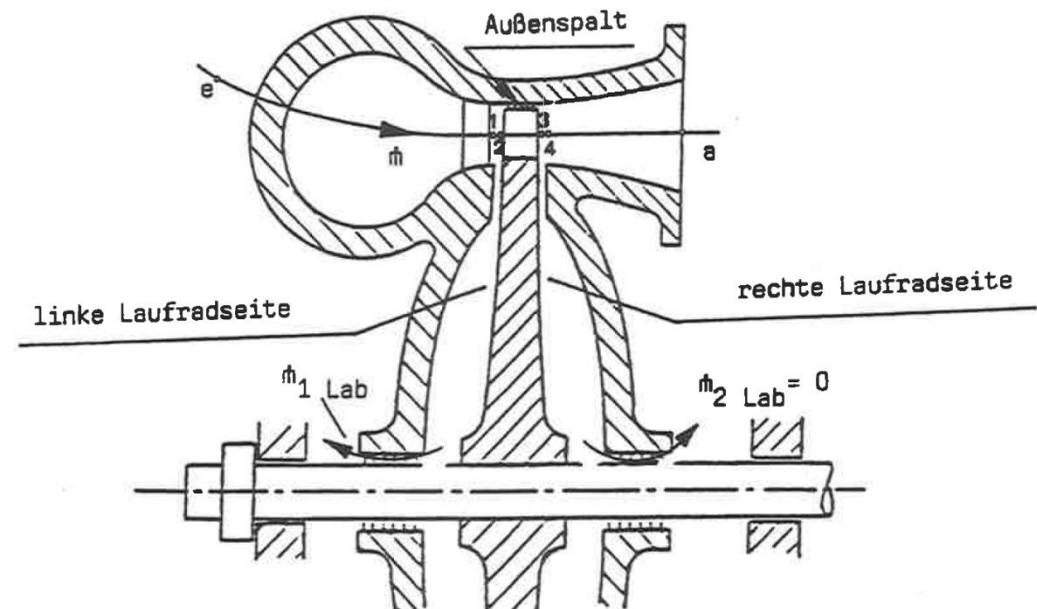
e - 1: Drallerzeugung in Spirale und Leitrad

1 - 2: Leckverlust $\dot{m}_{1 Lab}$ im Spalt zwischen Leitrad und Laufrad
Änderung der kinetischen Energie i.A. vernachlässigbar

2 - 3: Energieaustausch durch Drallabbau im **konvergenten** Kanal des Laufrades

3 - 4: Leckverlust $\dot{m}_{2 Lab}$
Änderung der kinetischen Energie i.A. vernachlässigbar

4 - a: Abbau der noch verbliebenen Energie



Verluste

a) Kanalreibung: Druckverluste infolge Reibung der Strömung an den begrenzenden Wänden in Spirale, Leitrad, Laufrad, Diffusor

Turbine: Druckverluste reduzieren nutzbare Enthalpiedifferenz

Pumpe / Verdichter: Druckverluste reduzieren ans Medium übertragene Enthalpiedifferenz

b) Scheibenreibung: Reibung zwischen den rotierenden Laufradwänden und stehenden Gehäusewänden.

Turbine: Scheibenreibung **reduziert** das an die Welle **übertragene** Moment

Pumpe / Verdichter: Scheibenreibung **erhöht** das an der Welle **aufzubringende** Moment

Das Medium in den Radseitenräumen wird aufgeheizt, und die Wärme wird entweder mit dem Leckstrom abgeführt oder geht ins Arbeitsmedium.

Eine weitere Reibung besteht zwischen der Deckscheibe und der Gehäusewand

c) Leckverluste:

Im Laufrad leistet nur die um $\dot{m}_{1 Lab}$ verminderte Strömung Arbeit. Die Größe des Leckstroms hängt von der

- Druckdifferenz zwischen Hauptströmung und Umgebung
- Geometrie der Drossellabyrinth / -Spalte ab.

Im gewählten Beispiel: $\dot{m}_{2 Lab} \approx 0$

Turbine, Pumpe / Verdichter: Leckverluste erfordern höheren Volumenstrom am Eintritt

- Ein weiterer Leckverlust ergibt sich durch die Umströmung der Schaufelspitzen bei offenen Laufrädern

d) mechanische Verluste:

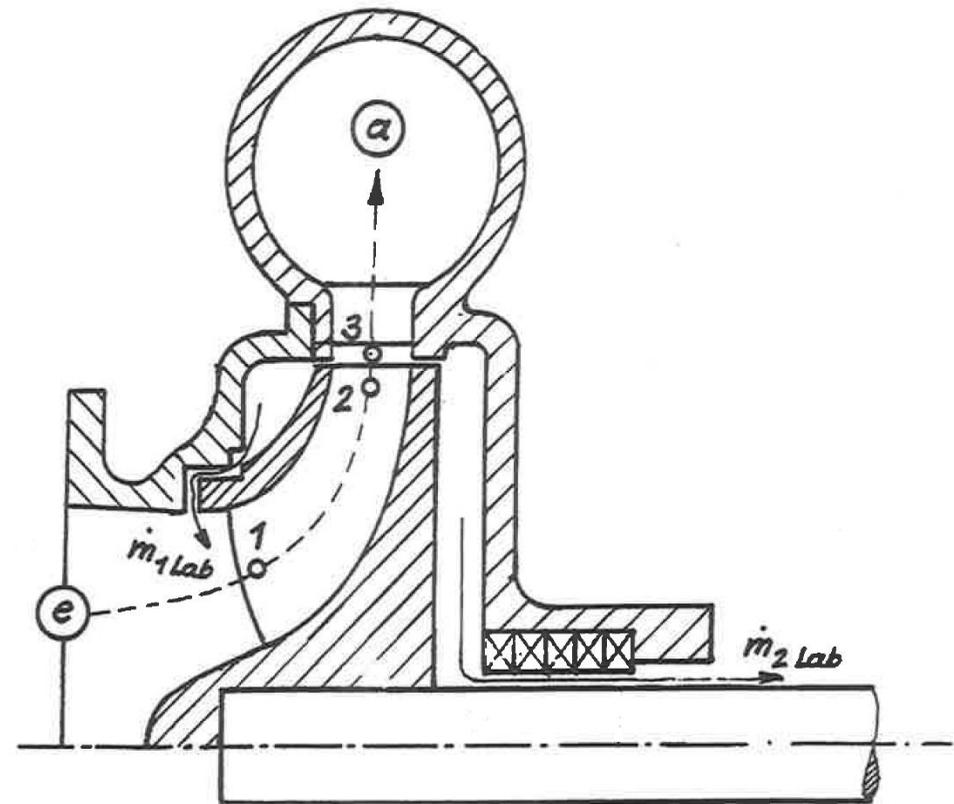
- Mechanische Reibung in
 - Axial- / Radiallagern
 - Stopfbuchsen / Gleitringdichtungen
- Hilfsaggregate wie
 - Schmierölpumpe
 - Kühlmittelumwälzung

Turbine: mechanische Verluste **reduzieren** das an die Welle **übertragene** Moment

Pumpe / Verdichter: mechanische Verluste **erhöhen** das an der Welle **aufzubringende** Moment

Beispiel: Radialverdichter / Radialpumpe

- e - 1: Drallfreier Eintritt ins Laufrad
- 1 - 2: Energieaustausch vom Laufrad an das Fördermedium im **divergenten** Kanal des Laufrades
- 2 - 3: Leckverluste $\dot{m}_{1 Lab}$ und $\dot{m}_{2 Lab}$
- 3 - a: Umwandlung von kinetischer Energie (Durchströmung und Drall) in Druck durch Verzögerung in divergenten Kanälen



Moment und Arbeit

Drallsatz:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum \vec{M}$$

$$\frac{\partial \vec{L}}{\partial t} + \int_A \rho \cdot (\vec{r} \times \vec{c}) d\dot{V} + \int_S \rho \cdot (\vec{r} \times \vec{c}) d\dot{V} = \vec{M}_B + \vec{M}_A + \vec{M}_S$$

konvektive Änderung
des Impulsmomentes
lokale instationäre Änderung

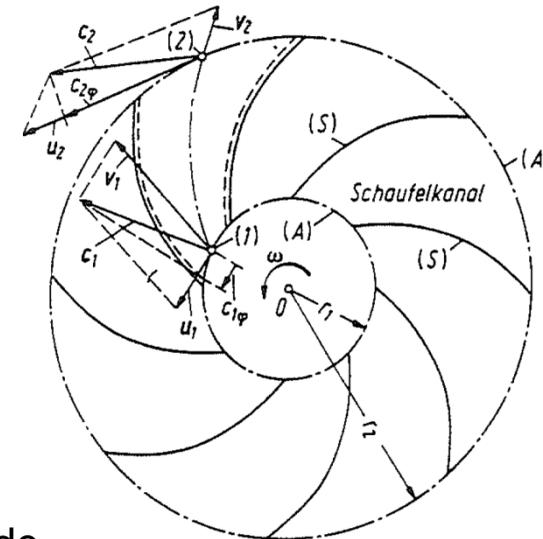
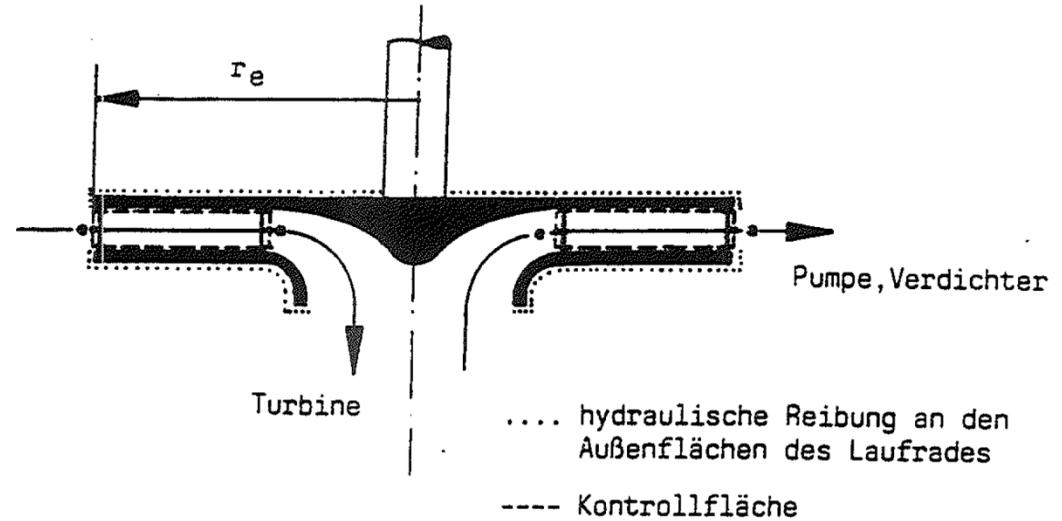
$$\vec{M}_B = \int_V \rho \cdot (\vec{r} \times \vec{g}) dV = 0$$

Moment durch Schwerkraft,
Symmetrie

$$\vec{M}_A = - \int_A p \cdot (\vec{r} \times d\vec{A}) = 0$$

$\vec{r} \parallel d\vec{A}$

\vec{M}_S : das auf das Kontrollvolumen wirkende
Moment



$$\int_S \rho(\vec{r} \times \vec{c}) d\dot{V} = 0$$

S wird nicht durchströmt

$$\int_A \rho(\vec{r} \times \vec{c}) d\dot{V} = \int_{(2)} \rho \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ r_a c_{ua} \end{pmatrix} \cdot \vec{c} \cdot d\vec{A} + \int_{(1)} \rho \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -r_e c_{ue} \end{pmatrix} \cdot \vec{c} \cdot d\vec{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M_S \end{pmatrix}$$

$$\rho \cdot \vec{c} \cdot d\vec{A} = d\dot{m}$$

$$\dot{m} \cdot r_a \cdot c_{ua} - \dot{m} \cdot r_e \cdot c_{ue} = M_S = M_u \quad \text{Moment auf Kontrollvolumen}$$

$$\dot{m} \cdot (u_a \cdot c_{ua} - u_e \cdot c_{ue}) = P_u \quad \text{Leistung des Kontrollvolumens}$$

Vorzeichenregelung $P_u > 0$ Fluid nimmt Leistung auf: Pumpe, Verdichter

$P_u < 0$ Fluid gibt Leistung ab: Turbine

Herleitung: - gilt für beliebiges Medium

- ist unabhängig von allfälligen Verlusten innerhalb der Stufe

Cosinus-Satz für Geschwindigkeitsdreiecke

$$w^2 = c^2 + u^2 - 2 \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha = c^2 + u^2 - 2 \cdot c_u \cdot u$$

$$c_u \cdot u = \frac{1}{2} \cdot (c^2 + u^2 - w^2)$$

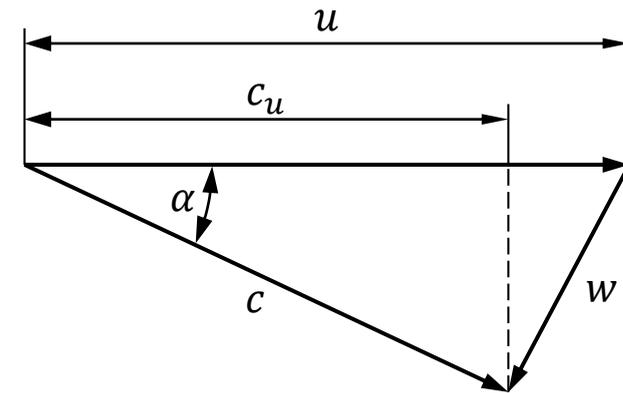
$$P_u = \dot{m} \cdot \left(\frac{c_a^2 - c_e^2}{2} + \frac{u_a^2 - u_e^2}{2} - \frac{w_a^2 - w_e^2}{2} \right)$$

$P_u > 0$ Pumpe, Verdichter

$P_u < 0$ Fluid gibt Leistung ab: Turbine

Um auch bei Turbinen mit positiven Zahlen rechnen zu können:

Turbine:
$$P_u = \dot{m} \cdot \left(\frac{c_e^2 - c_a^2}{2} + \frac{u_e^2 - u_a^2}{2} - \frac{w_e^2 - w_a^2}{2} \right)$$



Geschwindigkeitsdreiecke

vektorielle Verknüpfung von Absolutgeschwindigkeit \vec{c}
Umfangsgeschwindigkeit des Laufrades \vec{u}
Relativgeschwindigkeit \vec{w}

$$\vec{c} = \vec{u} + \vec{w}$$

$$u = r \cdot \omega = \frac{n \cdot \pi \cdot d}{60} \quad n [\text{min}^{-1}]$$

Eintrittswinkel β_e : Strömungswinkel und Schaufelwinkel sind im Betriebspunkt optimalen Wirkungsgrades (fast) gleich.

Ausnahmen: - Kavitationsbeeinflussung
- dicke Schaufeln

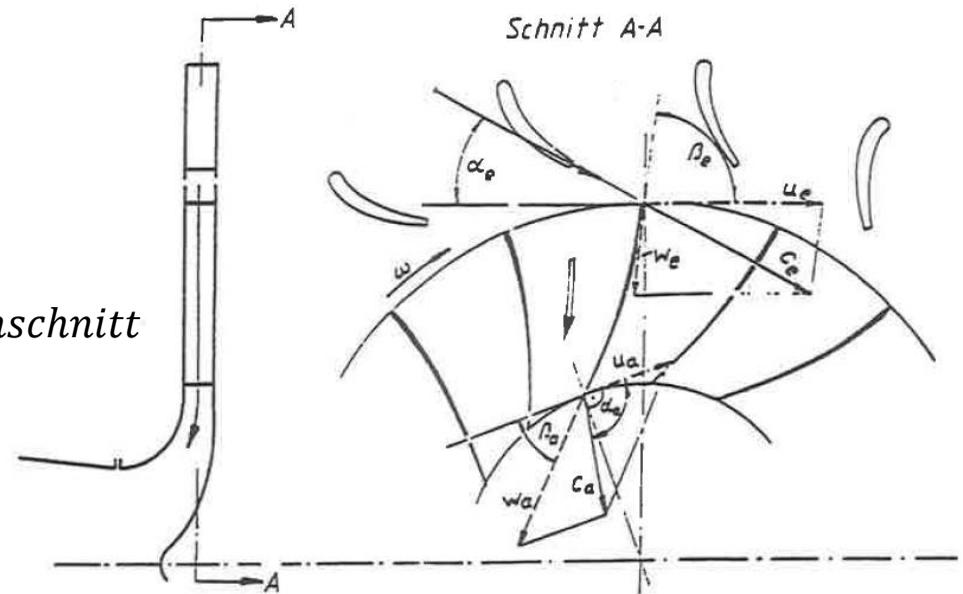
Austrittswinkel β_a : Bei unendlicher Schaufelzahl wären Strömungswinkel und Schaufelwinkel gleich.

Endliche Schaufelzahl: Minderleistung

Radialturbine

Schnittbild mit Geschwindigkeitsdreiecken

Meridianschnitt

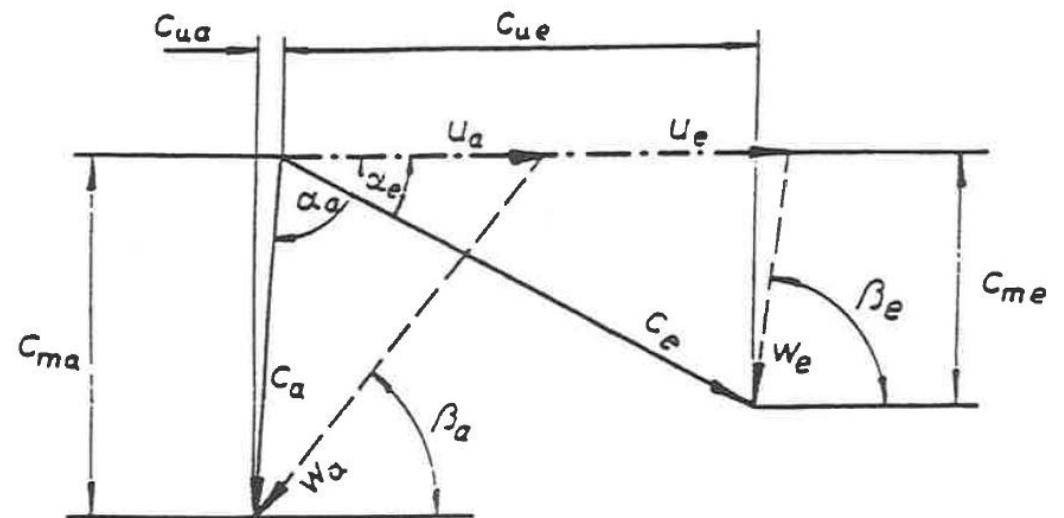


Üblich:

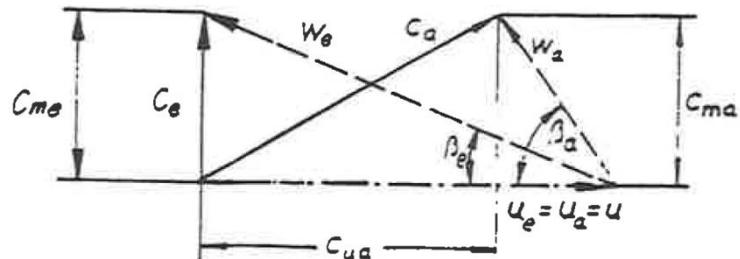
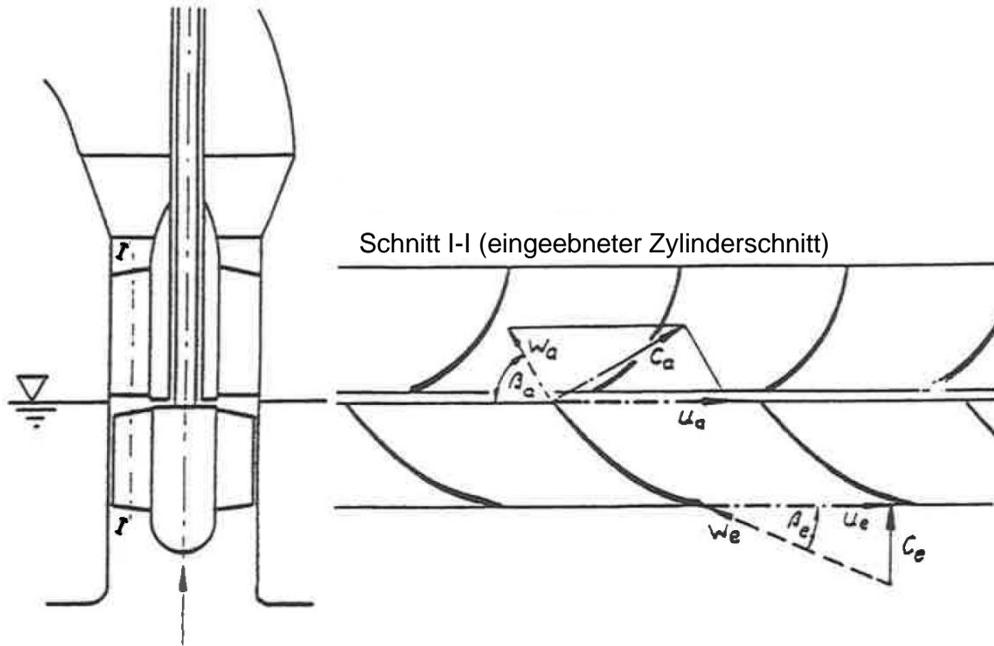
Geschwindigkeitsdreiecke **ohne** Schnittbild

Eintrittsdrall so, dass Abströmung drallfrei.

Diffusor: Umwandlung kinetischer Energie, so dass $p_a = p_\infty$ und c_a möglichst klein.



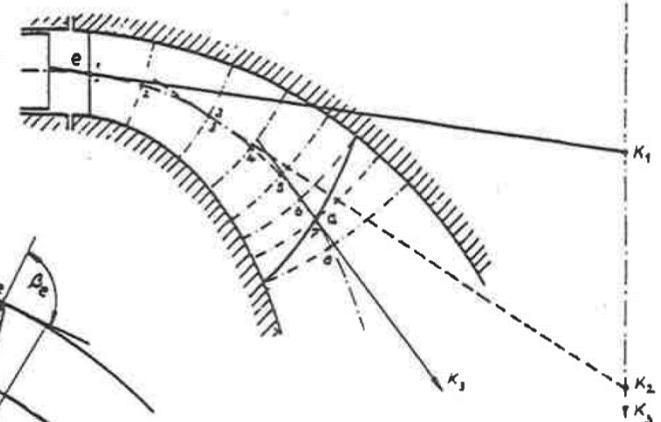
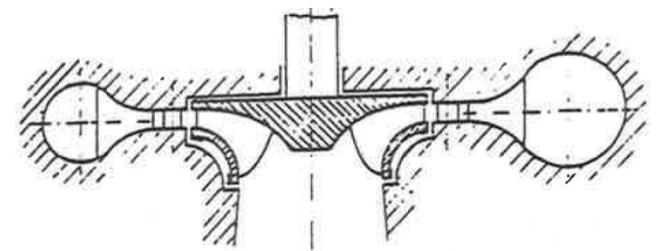
Axialpumpe



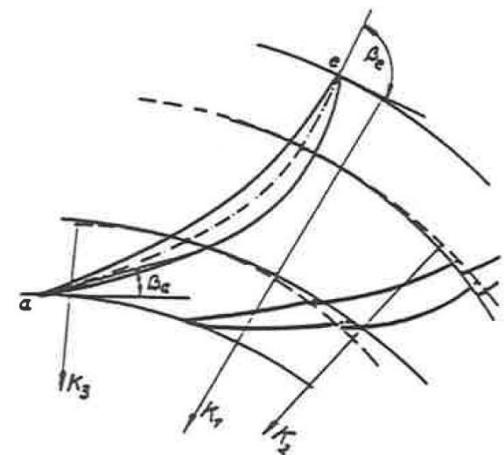
$u_a = u_e \quad c_{ma} = c_{me}$

Geschwindigkeitsdreiecke einer Axialpumpe

Francisturbine



Laufwadschnitt mit Abbildungskegeln



eingebnetes Laufschaufelprofil

Überblick: Strömungsvorgänge in Turbinen/Pumpen/Verdichtern

		Turbine	Pumpe, Verdichter
	Energiefluss:	Medium -> Laufrad	Laufrad -> Medium
Laufrad	Drall:	Abbau	Erzeugung
	Absol. Geschw.	Reduktion	Erhöhung
	Rel. Geschw.	Erhöhung	Reduktion
Leitrad	Drall:	meist Erhöhung	Reduktion
	Absol. Geschw.	Erhöhung	Reduktion

Entscheidend bei Turbomaschinen sind die Relativgeschwindigkeiten:

Turbine: beschleunigt

Pumpe: verzögert

Beschleunigte Strömungen:

- lösen auch bei starken Krümmungen nicht leicht ab
- können mit guter Näherung reibungsfrei behandelt werden

Verzögerte Strömungen:

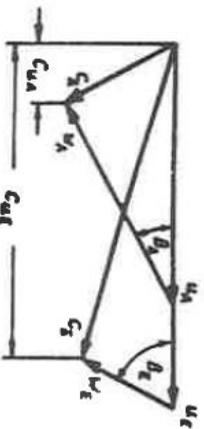
- Grenzschicht- bzw. Zähigkeitseffekte dominieren

Übersicht über häufig vorkommende, typische
Geschwindigkeitsdreiecke einstufiger Maschinen.

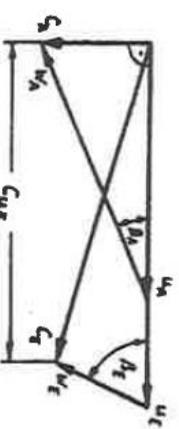
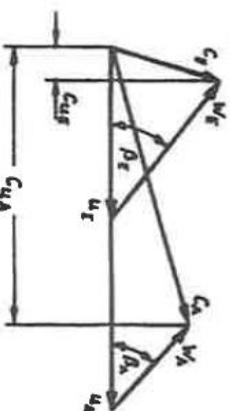
TURBINE

PUMPE, VERDICHTER

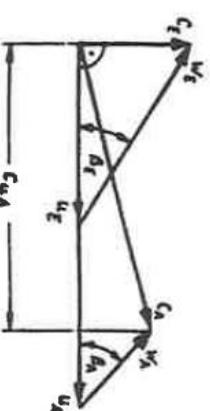
Francis - od. Radialrad:



allgemeiner Fall



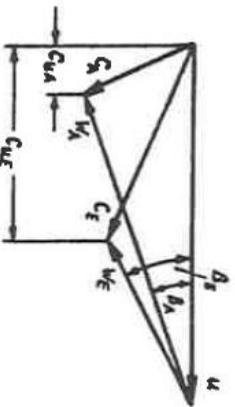
häufige Sonderfälle



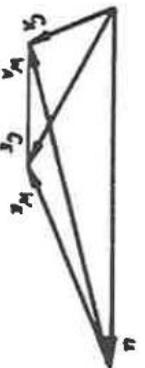
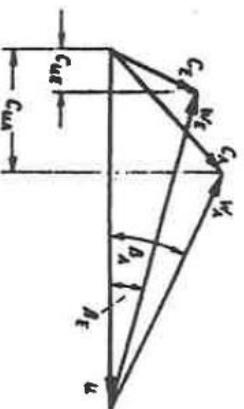
senkrechter (drallfr.) Eintritt

senkrechter (drallfr.) Austritt

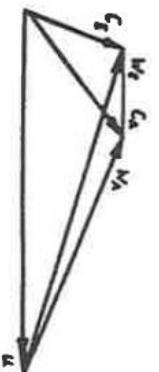
Axialrad:



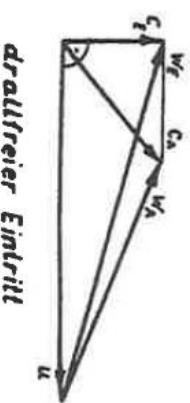
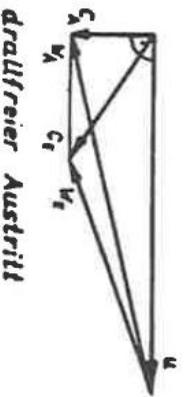
allgemeiner Fall



häufige Sonderfälle

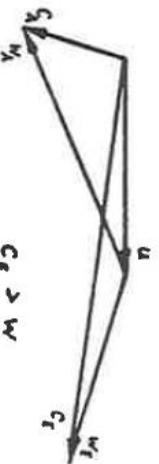


inkompressibles Medium
 $c_{mE} = c_{mA} = c_m$



drallfreier Austritt

drallfreier Eintritt



kompressibles Medium, starke Umlenkung
(Dampfturbine)
 $c_E > w$

Thermische Turbinenstufe

e - 1: Expansionsströmung mit Reibung
Geschwindigkeits- und Drallzunahme
 $\Delta h^* = 0$ (abgeschlossenes System), $w_{Verl.Rbg.}$

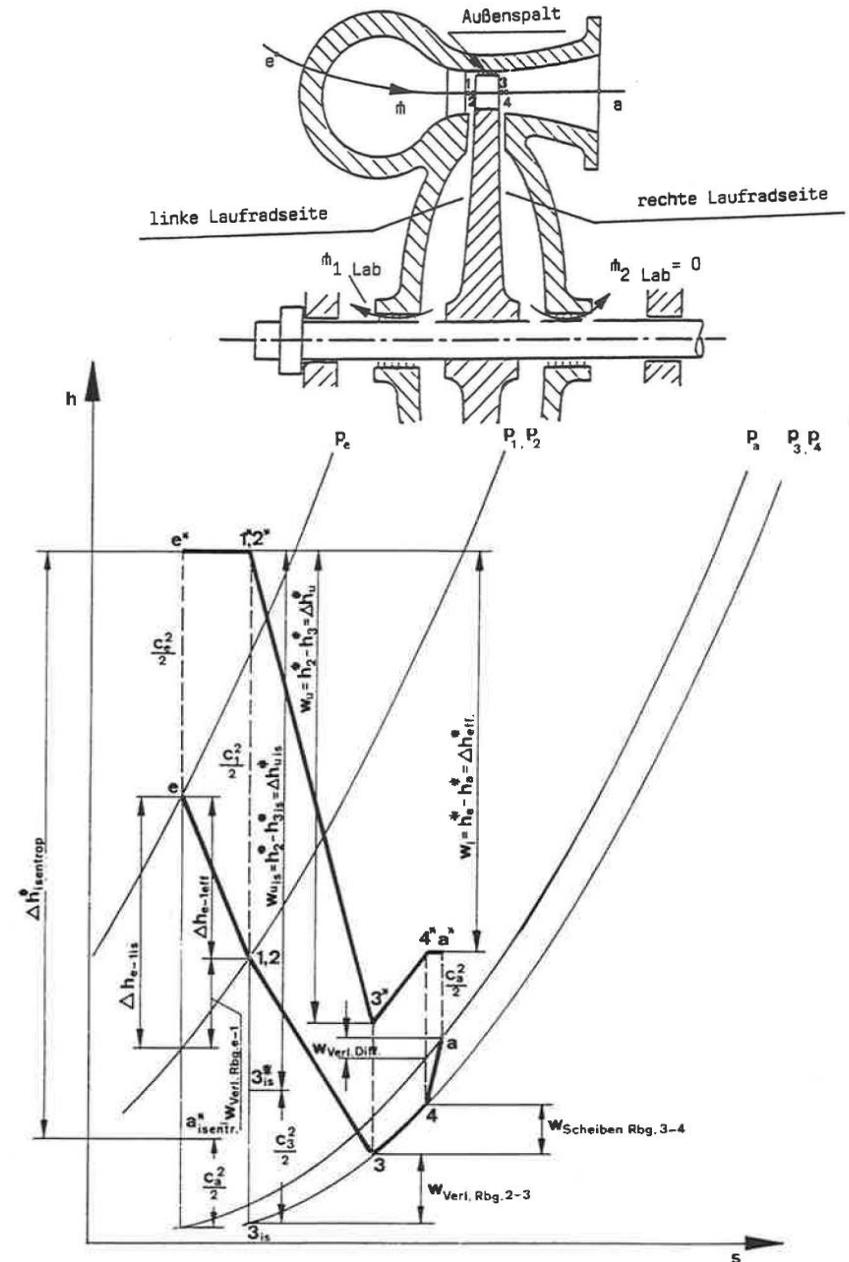
1 - 2: Leckmenge $\dot{m}_{1 Lab}$, $c_1 \approx c_2$
Annahme: die Leckage transportiert die Reibungswärme aus dem Radseitenraum in die Umgebung.

2 - 3: Turbinenlaufrad, Expansionsströmung mit Reibung und Entzug von Wellenarbeit.
 $P_u = (\dot{m} - \dot{m}_{1 Lab}) \cdot (h_2^* - h_3^*)$
Zu $w_{Verl.Rbg.}$ kommen **Spaltverluste**.

3 - 4: Scheibenreibung äußert sich als Wärmezufuhr.
Vermischung der Radseitenraumströmung mit Hauptströmung wird angenommen

$$h_4^* = h_3^* + w_{Scheiben Rbg.,3-4}$$

4 - a: Diffusor setzt kinetische Energie in Druck um:
Verdichterströmung mit Reibung
 $\Delta h^* = 0$ (abgeschlossenes System), $w_{Verl. Diff.}$



Umfangsmoment $M_u = \dot{m}_{La} \cdot (r_2 c_{u2} - r_3 c_{u3})$ s. S. 54

Umfangsleistung $P_u = M_u \cdot \omega = \dot{m}_{La} \cdot (u_2 \cdot c_{u2} - u_3 \cdot c_{u3}) = \dot{m}_{La} \cdot w_u$

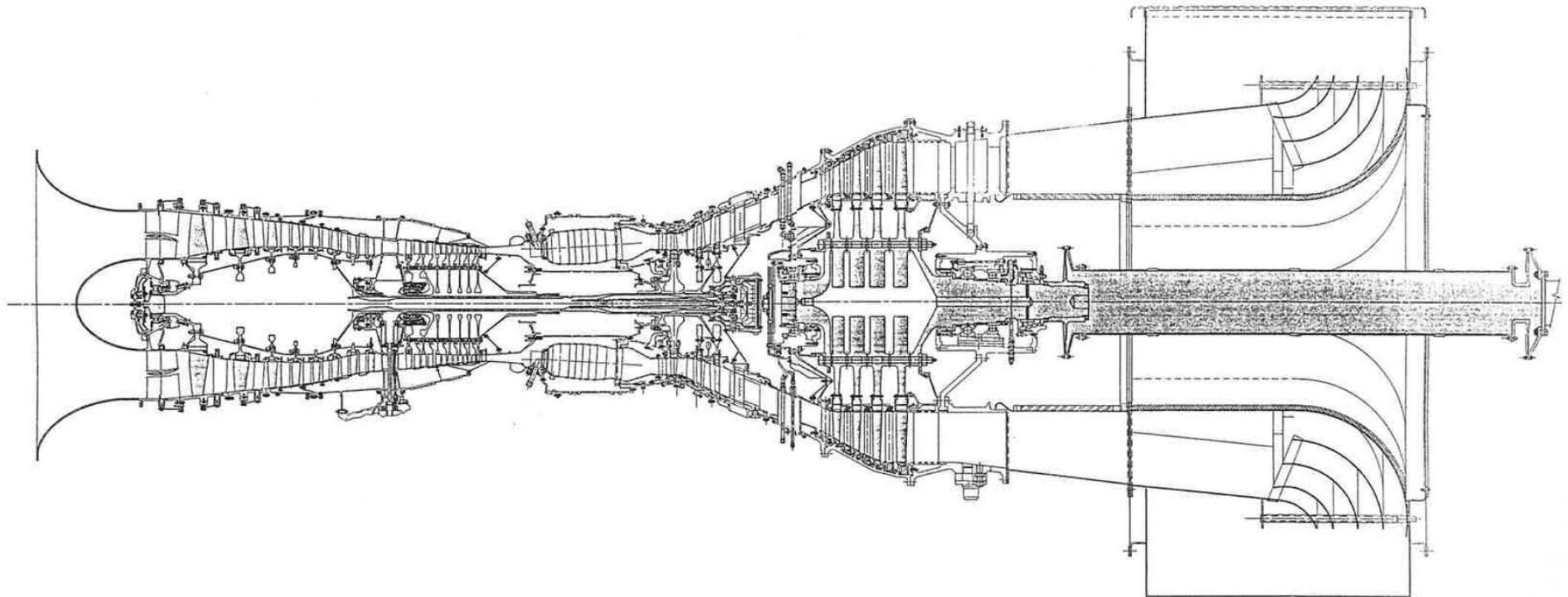
Umfangsleistung = Gesamtenthalpieänderung pro Zeit $P_u = \dot{m}_{La} \cdot (h_2^* - h_3^*) = \dot{m}_{La} \cdot w_u$

gleichgesetzt :

$$h_2^* - h_3^* = w_u = u_2 \cdot c_{u2} - u_3 \cdot c_{u3}$$

$$\eta_{is\ 2 \rightarrow 3} \cdot (h_2^* - h_{3\ is}^*) = w_u = u_2 \cdot c_{u2} - u_3 \cdot c_{u3}$$

⇒ **Eulersche Turbomaschinengleichung: Zusammenhang zwischen Energieumsetzung und Geschwindigkeitsdreiecken**



Wie ist eine Gasturbine aufgebaut?

Die perspektivische Darstellung gibt Einblick in den Aufbau der Maschine. Ein Teil des Außengehäuses (ein 90°-Sektor) ist in dieser Darstellung herausgeschnitten und abgehoben. Dadurch ist der rotierende Teil (Läufer) zu sehen mit den Laufschaufeln des Verdichters (13) und der Turbine (10).

Das für den Verdichter und die Turbine gemeinsame Außengehäuse besteht aus drei Teilen: dem Mittelgehäuse (6), dem Eintrittsgehäuse (3) und dem Austrittsgehäuse

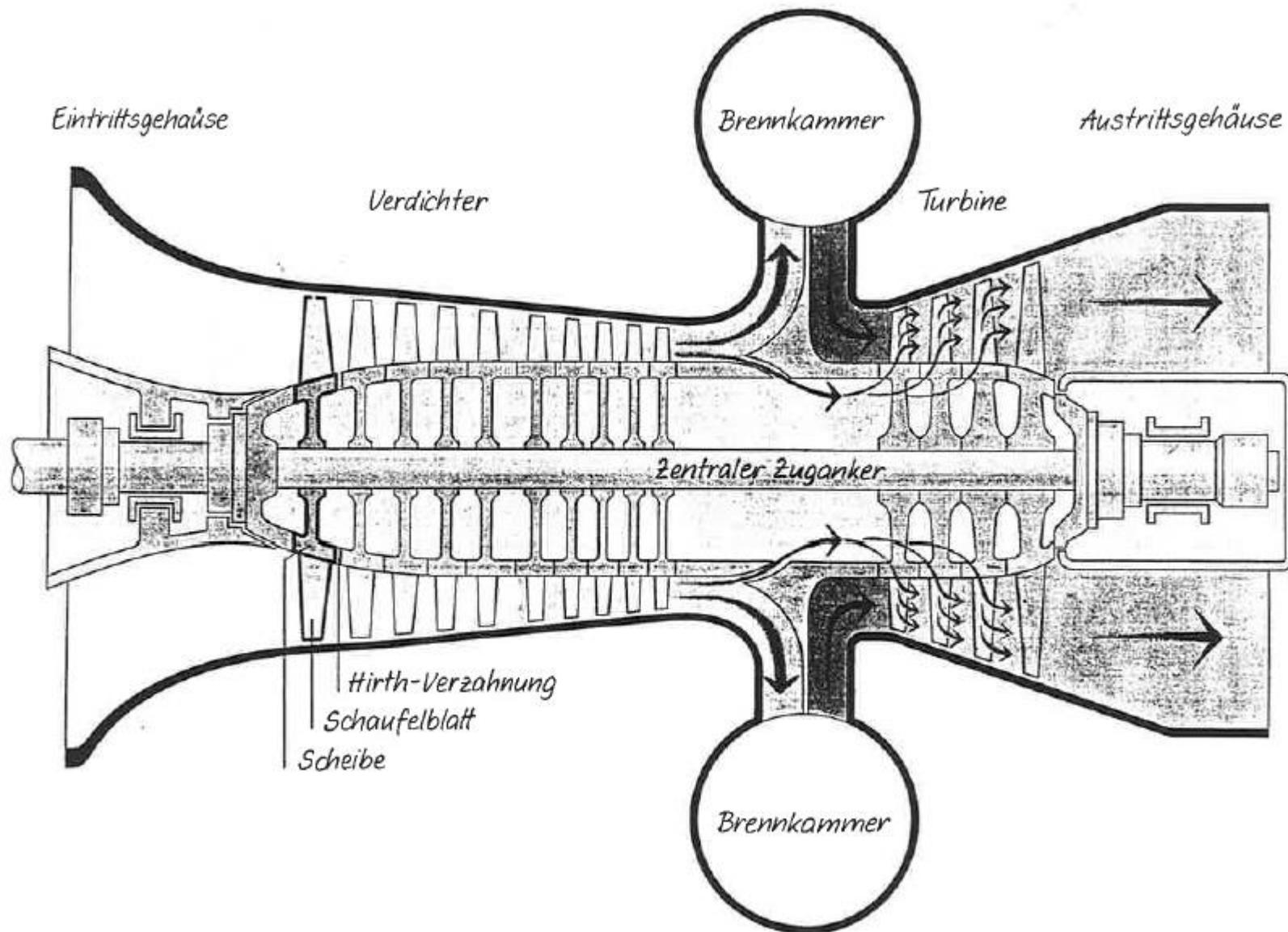
(7). In das Mittelgehäuse sind die Träger für die Leitbeschaukelung (12) eingesetzt. (Die Leitbeschaukeln bewirken die nach jeder Laufschaufel notwendige Richtungsänderung der Luft- und Gasströmung.) An der Eintrittsseite sind die Regel- und Schutzeinrichtungen (15) sowie eine hydraulische Drehrichtung angebaut.

Die beiden Brennkammern (5) sind seitlich an der Turbine stehend angeordnet und über Stützen mit dem Turbinengehäuse verbunden. Jede Brennkammer ist mit mehreren Brennern (4) ausgerüstet. Die Innenwände der Brennkammern sind an den Stellen, an denen hohe Temperaturen auftreten, mit Keramiksteinen ausgekleidet. Über das Innengehäuse (11) treten die heißen Gase in den eigentlichen Turbinenteil ein.

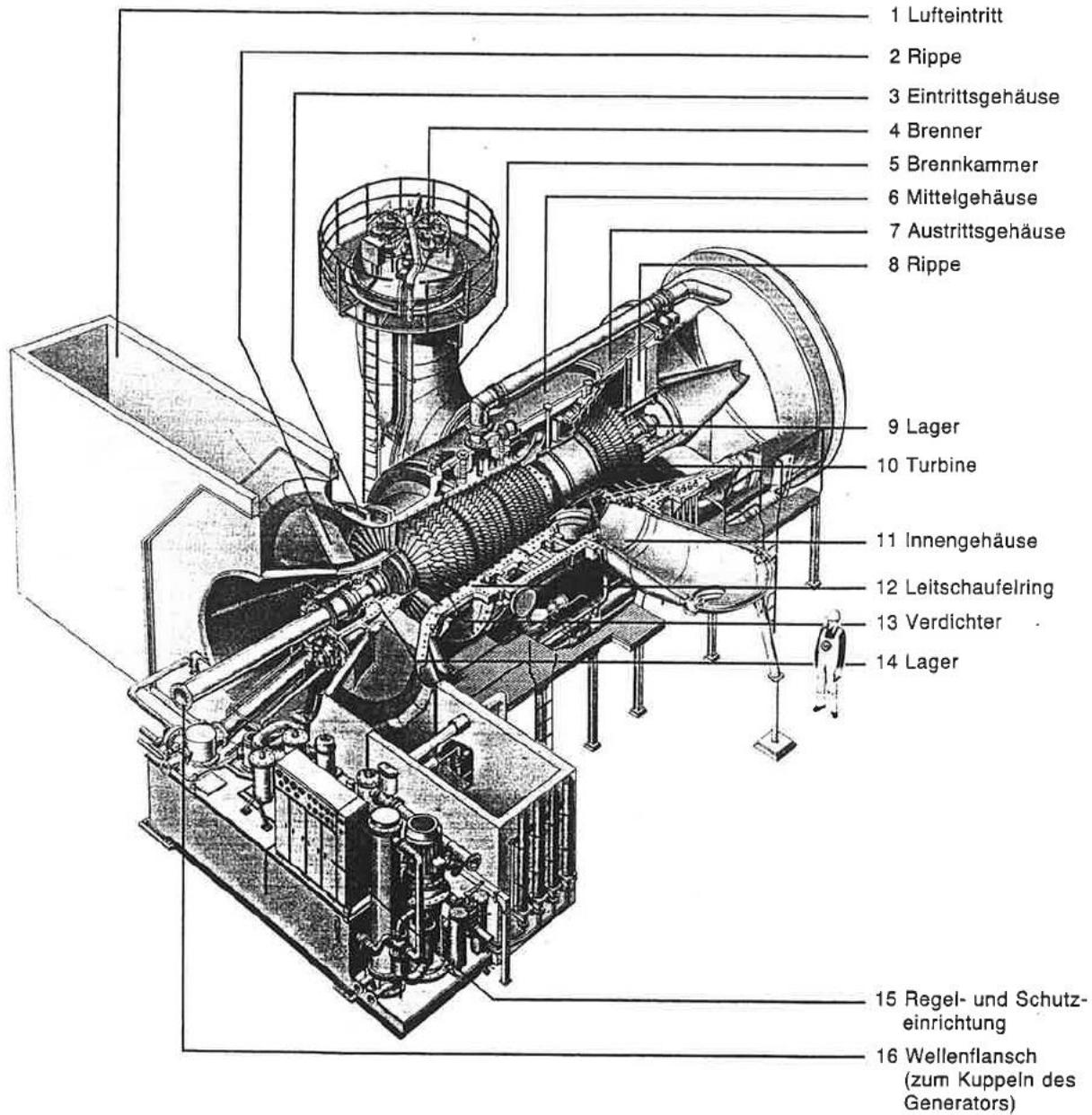
Der Läufer ist in zwei Lagern (9, 14) gelagert. Das vordere Lager (14) ist ein Trag-Druck-Lager, d. h., es nimmt auch die axial wirkenden Kräfte auf. Die Lager (9, 14) und damit der Läufer werden vom Außengehäuse über radiale Rippen (2, 8) in zentraler Lage gehalten und getragen. An diesen Rippen, durch die auch Versorgungsleitungen zu den Lagergehäusen führen, strömt auf der Verdichtersseite die angesaugte Luft und auf der Turbinenseite das Turbinenabgas vorbei. An den Wellenflansch (16) wird der Generator angekuppelt.

Der innere Aufbau des Läufers ist aus dem Längsschnitt durch die Turbine ersichtlich. Der Läufer ist aus Scheiben, die je einen Schaufelkranz tragen, und aus Hohlwellenteilen zusammengesetzt. Die Scheiben und Hohlwellen greifen mit einer an ihren Stirnseiten angeordneten „Hirth-Verzahnung“ ineinander; ein zentraler Zuganker hält den Läufer zusammen. Die Verzahnung überträgt das Drehmoment, läßt aber radiale Dehnungen durch Wärme und Fliehkraft zu. Diese Bauweise des Läufers zeichnet sich durch hohe Steifigkeit bei relativ geringem Gewicht aus und ermöglicht die Kühlung des Läufers von innen.

Auch die Schaufelfüße und Schaufelblätter der ersten Laufreihen der Turbine werden von innen her gekühlt. Dazu wird ein kleiner Teil der verdichteten Luft durch die mittlere Hohlwelle zu den Schaufelfüßen und in die teilweise hohlen Schaufeln geführt. Durch kleine Öffnungen in der Austrittskante der Schaufelblätter tritt diese Kühlluft schließlich in den heißen Gasstrom in der Turbine aus.



Längsschnitt durch eine Gasturbine

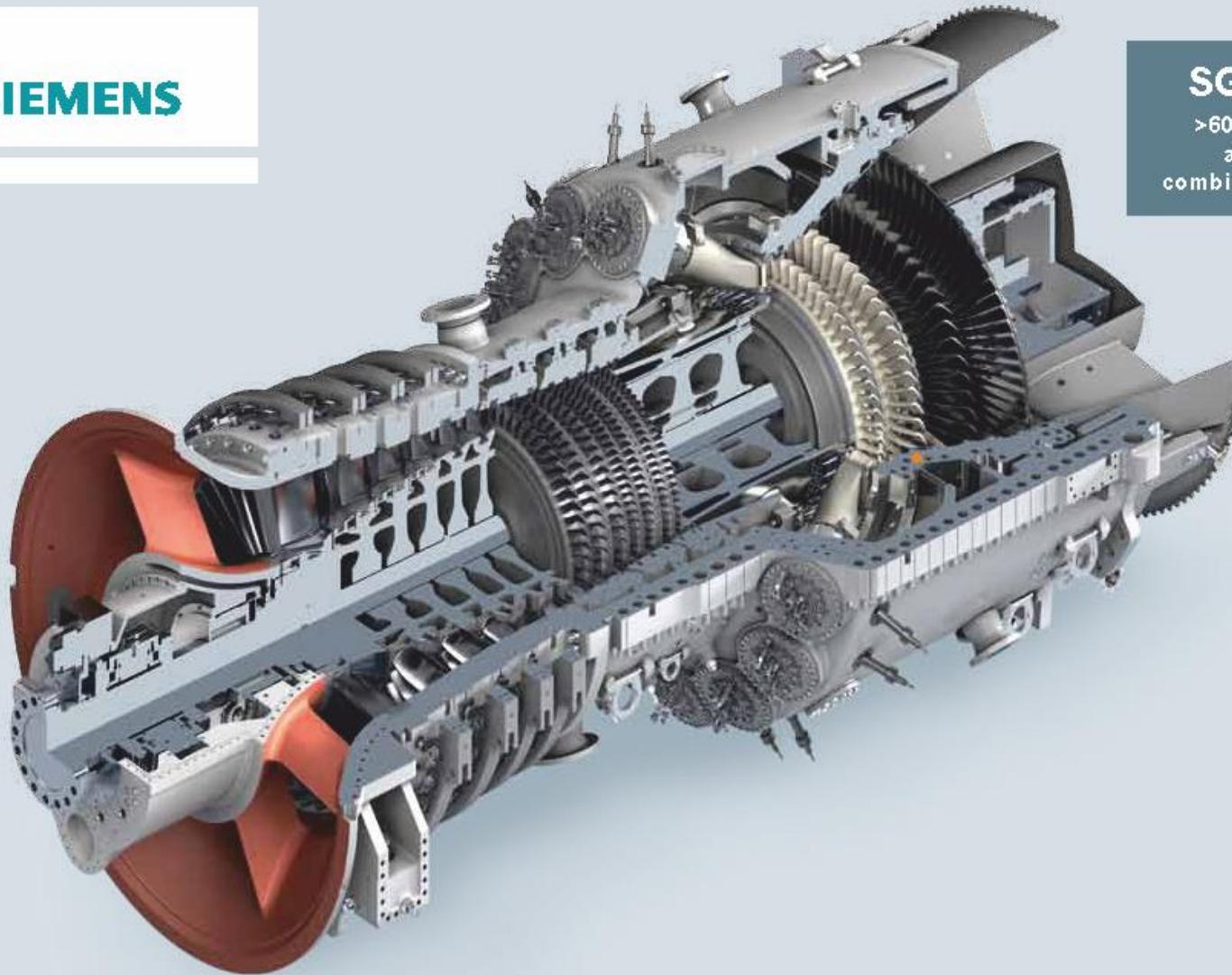


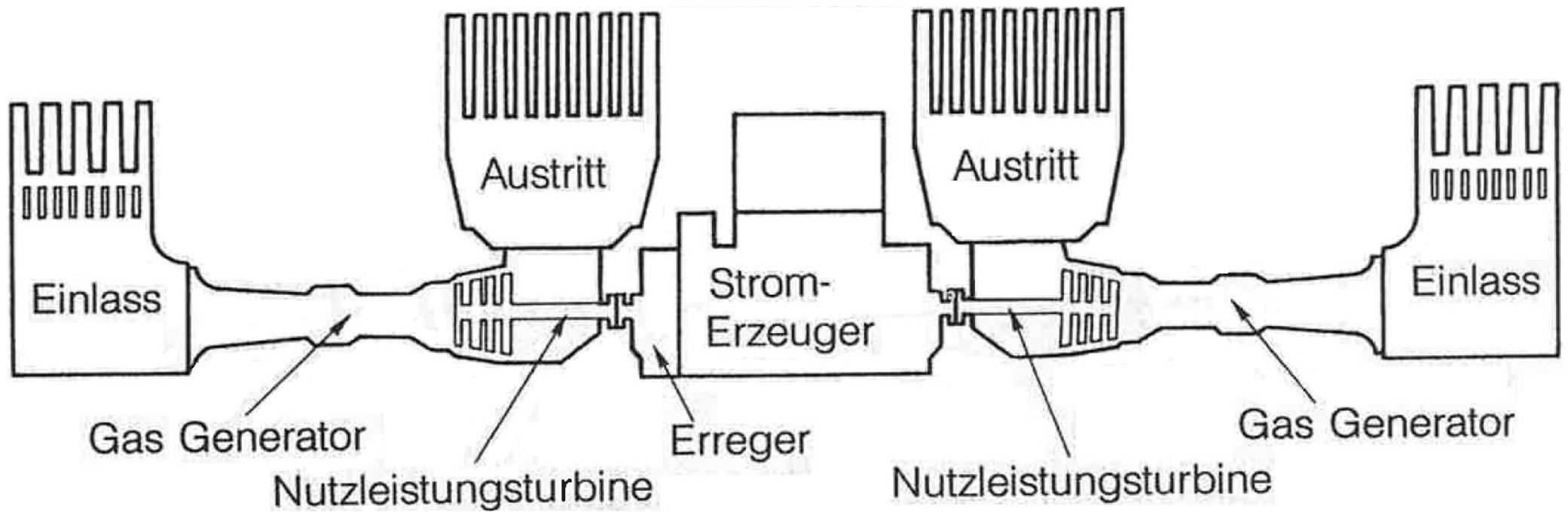
Gasturbine

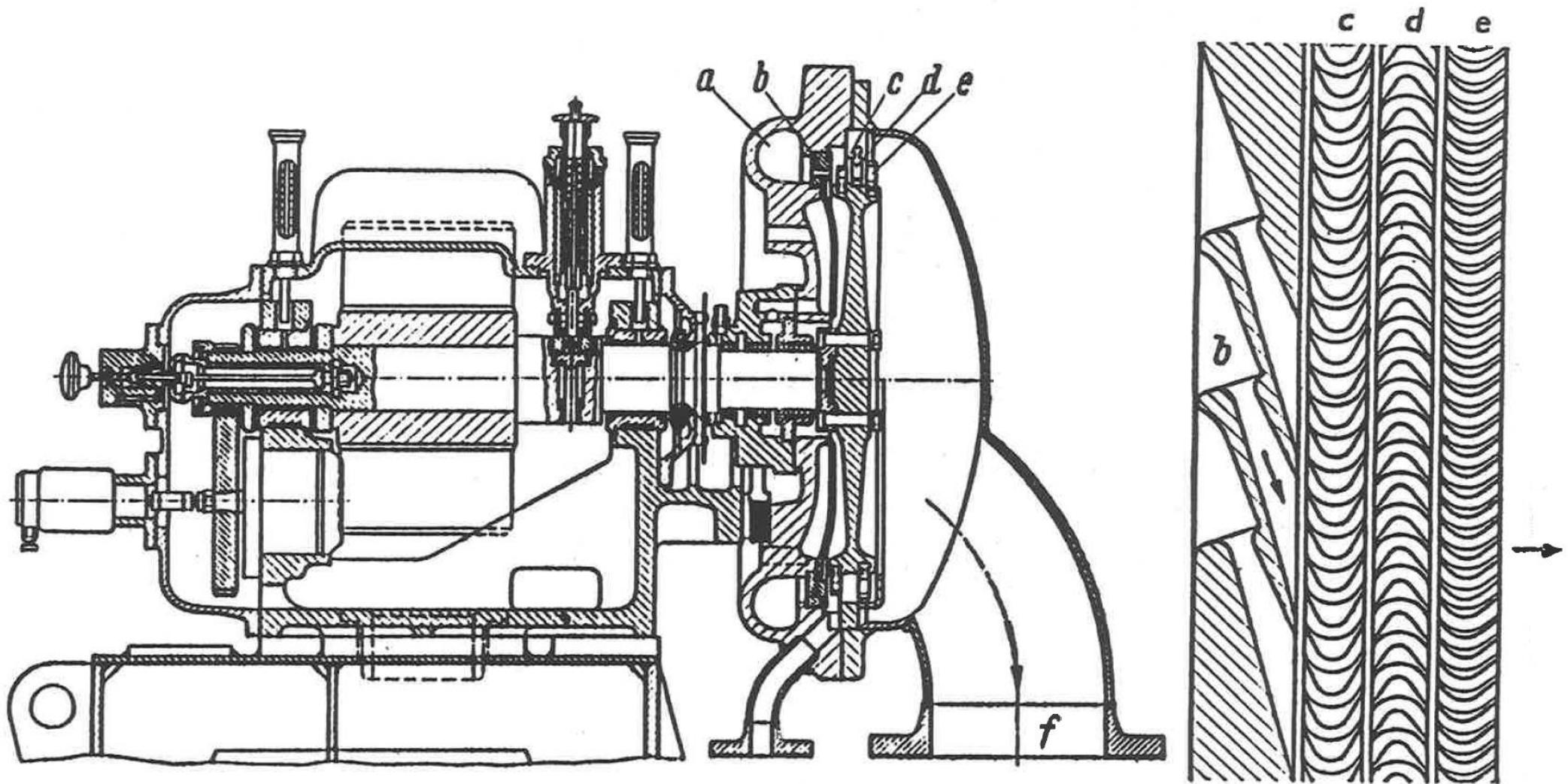
SIEMENS

SGT5-8000H

>60% net efficiency
at >570 MW in
combined cycle operation







- Unsere Annahme:
1. Mischung der rechten Radseitenraumströmung mit Hauptstrom
⇒ Reibung im rechten RSR berücksichtigt
 2. Reibung im linken RSR als **äußeres** Bremsmoment

⇒ Nutzleistung der Turbine

$$P_{Welle} = (\dot{m} - \dot{m}_{1\,Lab}) \cdot (h_2^* - h_4^*) - P_{RSR, li} - P_{V\,mech}$$

⇒ Stufen-Gesamtwirkungsgrad

$$\eta_{tot} = \frac{P_{Welle}}{A_{is}} = \frac{(\dot{m} - \dot{m}_{1\,Lab}) \cdot (h_2^* - h_4^*) - P_{RSR, li} - P_{V\,mech}}{\dot{m} \cdot (h_e^* - h_{a\,is}^*)}$$

Hydraulische Turbinenstufe

hier: Energiehöhe h

e - 1: Umwandlung potentieller Energie in kinetische Energie, Drallerzeugung

$$h_{e\text{ tot}} = \frac{p_e}{\rho \cdot g} + \frac{c_e^2}{2 \cdot g} + z_e = \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{c_1^2}{2 \cdot g} + z_1 + h_{v\ e \rightarrow 1}$$

1 - 2: keine Zustandsänderung (bzw. nur äußerst minimal) aber Leckage $\dot{m}_{1\text{ Lab}}$

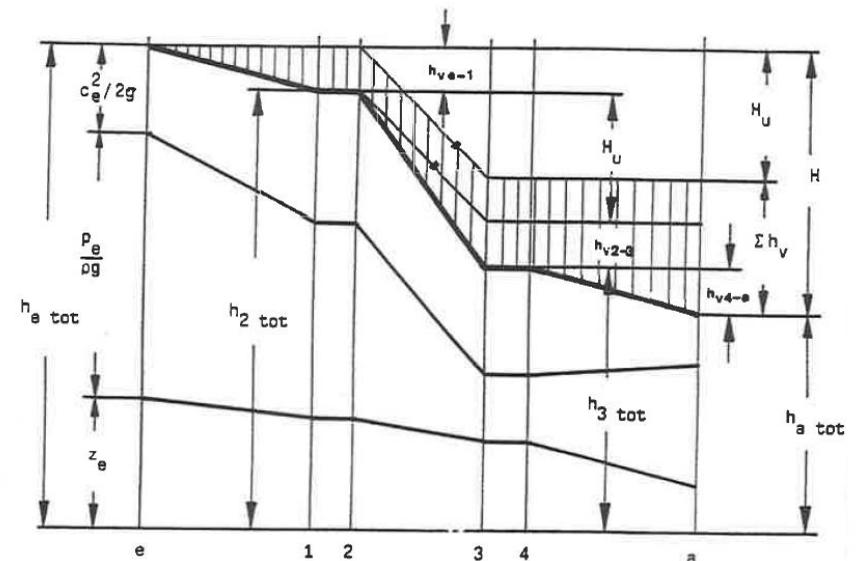
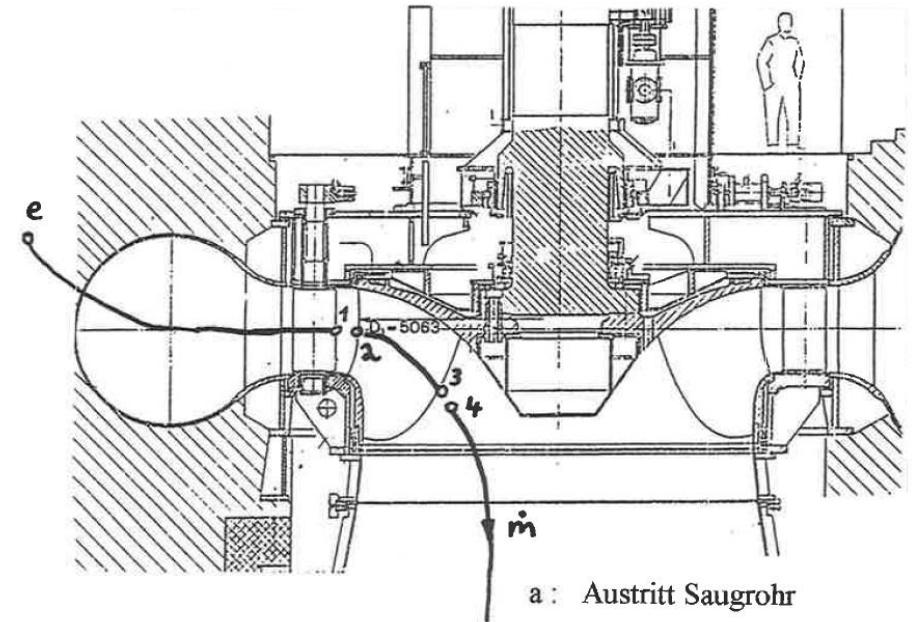
2 - 3: Arbeitsleistung im Laufrad

$$h_{2\text{ tot}} = h_{3\text{ tot}} + H_u + h_{v\ 2 \rightarrow 3} \quad \leftarrow \text{Kanalreibung}$$

3 - 4: keine Zustandsänderung

4 - a: teilweise Umsetzung kinetischer Energie in Druck

$$h_{4\text{ tot}} = \frac{p_4}{\rho \cdot g} + \frac{c_4^2}{2 \cdot g} + z_4 = \frac{p_a}{\rho \cdot g} + \frac{c_a^2}{2 \cdot g} + z_a + h_{v\ 4 \rightarrow a}$$



Umfangsmoment $M_u = \dot{m}_{La} \cdot (r_2 \cdot c_{u2} - r_3 \cdot c_{u3}) = Q_{La} \cdot \rho \cdot (r_2 \cdot c_{u2} - r_3 \cdot c_{u3})$

Umfangsleistung $P_u = M_u \cdot \omega = Q_{La} \cdot \rho \cdot (u_2 \cdot c_{u2} - u_3 \cdot c_{u3})$

Umfangsleistung \triangleq Differenz der Totalenergiehöhen (bzw. der Gesamtdrücke) zwischen Ein- und Austritt pro Zeit **abzüglich Reibung** und anderer Verluste wie:

\Rightarrow Stoßverluste

\Rightarrow Sekundärströmungen

(weil bei inkompressiblen Medien nicht zwischen real und isentrop unterschieden wird)

$$P_u = \dot{m}_{La} \cdot g \cdot \left(H_e - H_a - \sum h_v \right) = Q_{La} \cdot \rho \cdot g \cdot H_u$$

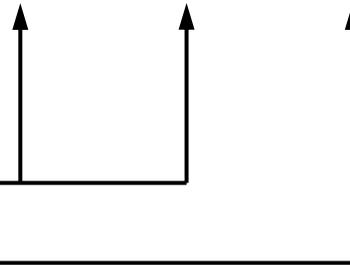
$$H_u = \frac{1}{g} \cdot (u_2 \cdot c_{u2} - u_3 \cdot c_{u3}) = H \cdot \eta_u$$

\Rightarrow **Eulersche Turbomaschinengleichung: Zusammenhang zwischen Energieumsetzung und Geschwindigkeitsdreiecken**

Nutzleistung der Turbine

$$P_{Welle} = (Q - Q_{1\,Lab}) \cdot \rho \cdot g \cdot H_u - P_{RSR,li} - P_{RSR,re} - P_{mech}$$

- Reibung in den Radseitenräumen als äußere Bremsmomente
- Lager- und Dichtungsreibung
- Kanalreibung in H_u



⇒ Stufen-Gesamtwirkungsgrad

$$\eta_{tot} = \frac{\text{Nutzeffekt}}{\text{Aufwand}} = \frac{(Q - Q_{1\,Lab}) \cdot (H - H_v) \cdot \rho \cdot g - P_{RSR,li} - P_{RSR,re} - P_{mech}}{Q \cdot H \cdot \rho \cdot g}$$

$$= \eta_{vol} \cdot \eta_u - \left(\frac{P_{RSR,li} + P_{RSR,re} + P_{mech}}{Q \cdot H \cdot \rho \cdot g} \right)$$

Reaktionsgrad

Definition: $r = \frac{\text{Änderung der statischen Enthalpie im Laufrad}}{\text{Änderung der Totalenthalpie in der gesamten Maschine}}$

Sonderfall hydraulische Maschine

$$r = \frac{\text{Änderung der statischen Druckhöhe im Laufrad}}{\text{Änderung der Totalenergiehöhe in der gesamten Maschine}}$$

$r = 0$: keine Druckänderung / Spaltdruckarbeit im Laufrad: Gleichdruckmaschine

$r \neq 0$: Überdruck- / Reaktionsmaschine

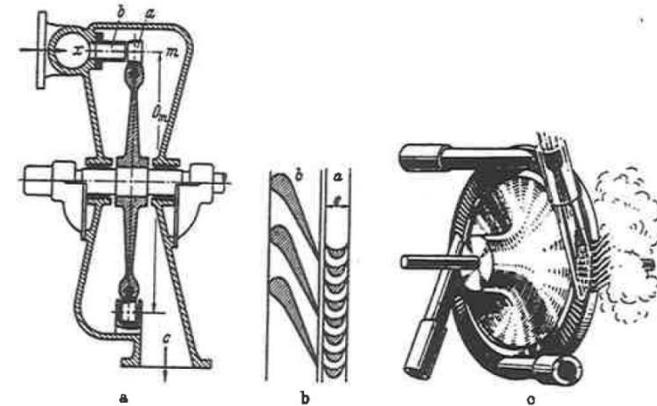
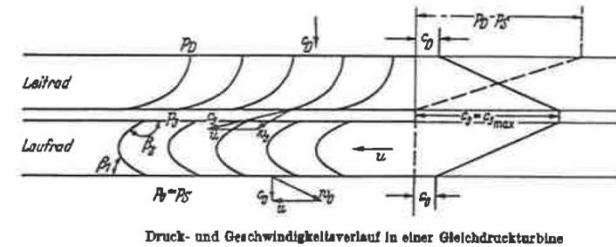
- Spaltdruckarbeit = 0: c_3 wird maximal
- Gleichdruck $p = p_3 = p_0 = p_s$:
Teilbeaufschlagung möglich

erforderlich bei kleinem Volumenstrom bzw. hoher **spezifischer** Arbeit

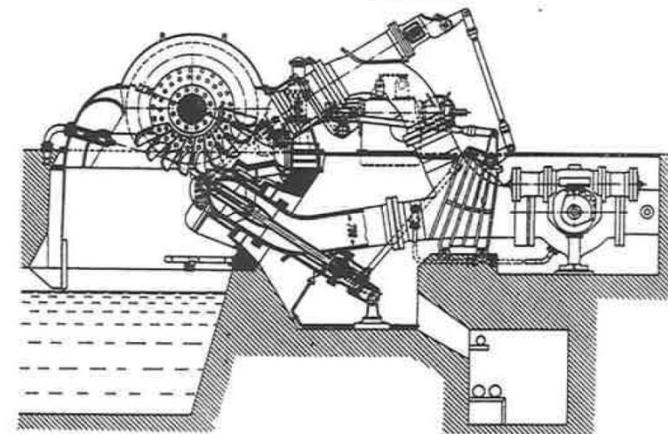
$w = \frac{P}{\dot{m}}$ bei **gegebener** Leistung und **kleinem** Massenstrom bzw. Volumenstrom ist die spezifische Arbeit **groß**

⇒ Vergrößerung des Raddurchmessers wird möglich

⇒ Turbinen werden auch bei großen Fallhöhen einstufig gebaut, Pumpen mehrstufig



Axial beaufschlagte einstufige Dampfturbine nach De Laval aber mit zusammenhängenden Leitkanälen
 a) Axialschnitt (Meridianschnitt); b) Abwicklung des Zylinderschnittes nach $w - z$
 c) Laufrad; d) Leitrad; e) Saugrohr (Abdampfzungen)
 Laufrad und Düsen einer einstufigen Dampfturbine mit axialer Beaufschlagung durch getrennte Leitkanäle (Laval-Turbine)



Pelton-Turbine mit 2 Düsen
 $H = 780 \text{ m}$, $\dot{V} = 5,5 \text{ m}^3/\text{s}$, $n = 580 \text{ U/min}$, $P = 37800 \text{ kW}$ (Voith)

- Spaltdruckarbeit $\neq 0$: Überdruck- / Reaktionsturbine
- Spaltdruck führt zu Spaltwasser: Leckageverluste
- nicht-beaufschlagter Laufradteil „watet“
 - bei thermischen Maschinen in Dampf oder Gas
 - bei hydraulischen Maschinen in Luft \Rightarrow besserer Wirkungsgrad als thermische Maschine
- typische spezifische Energiedarbote

Dampfturbine

Frischdampf $p_D = 100 \text{ bar}$
 $t_D = 540 \text{ °C}$

Abdampf $p_s = 0,05 \text{ bar}$

$$Y = 1,4 \cdot 10^6 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

Pelton turbine

$H = 1000 \text{ m}$

$$Y = 9,8 \cdot 10^3 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

Kaplan turbine

$H = 5,17 \text{ m}$

$$Y = 50,7 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

IV. Kavitation

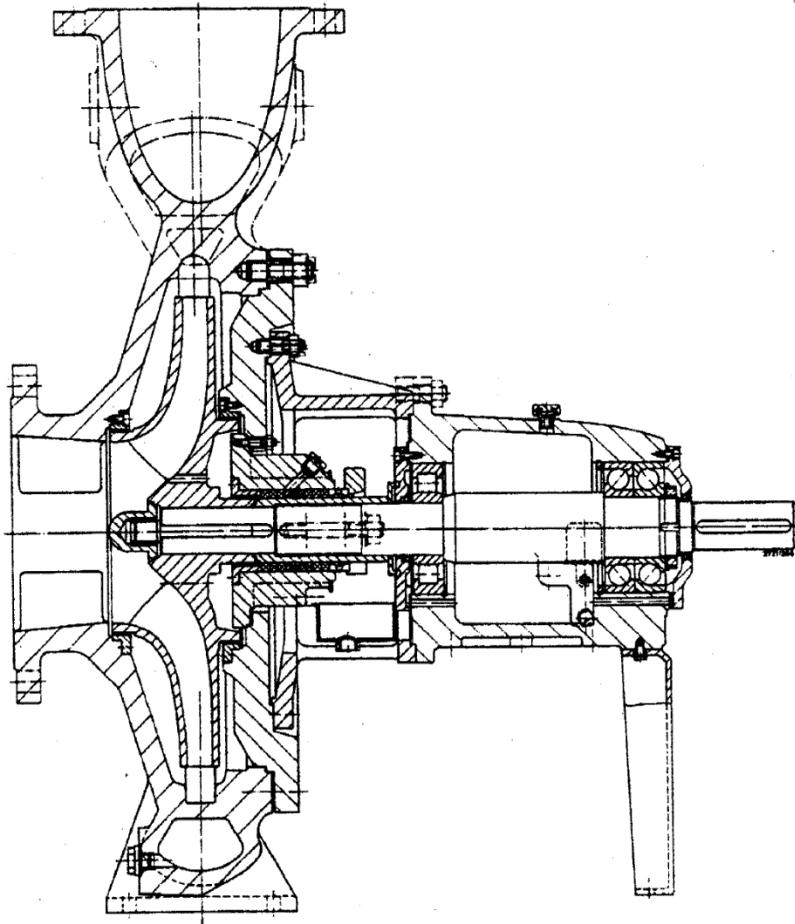
- Kavitation: – Hohlraumbildung durch Verdampfen bei Unterschreiten des Dampfdruckes durch den statischen Flüssigkeitsdruck
 - Bildung von Dampfblasen

Wassertemperatur	[° C]	20	40	60	80	100
Dampfdruck	[bar]	0.0234	0.0738	0.199	0.474	1.013

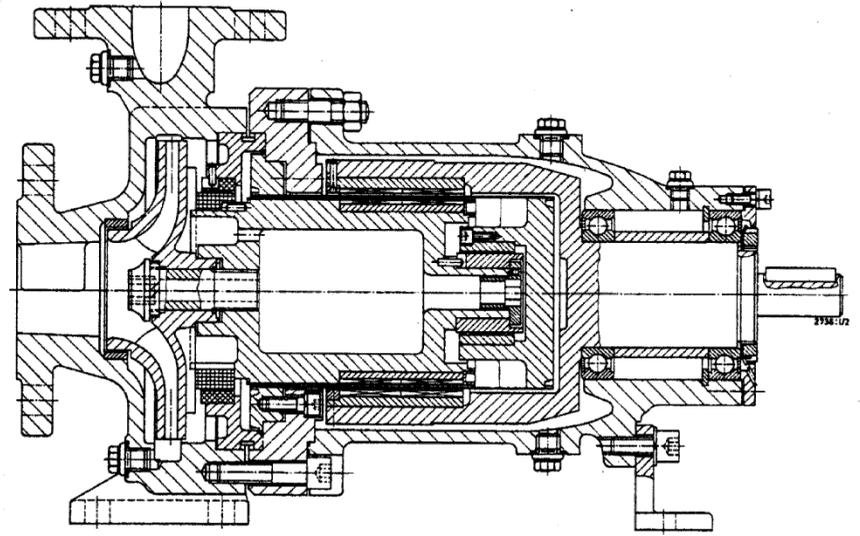
Flüssigkeiten mit hohen Dampfdrücken sind naturgemäß stärker kavitationsgefährdet.

- Ausgasen (Entweichen von in der Flüssigkeit gelösten Gasen) ist **keine** Kavitation
- Prinzipiell haben Kavitation und Strömungsablösung nichts miteinander zu tun, auch wenn sie oft gemeinsam auftreten.

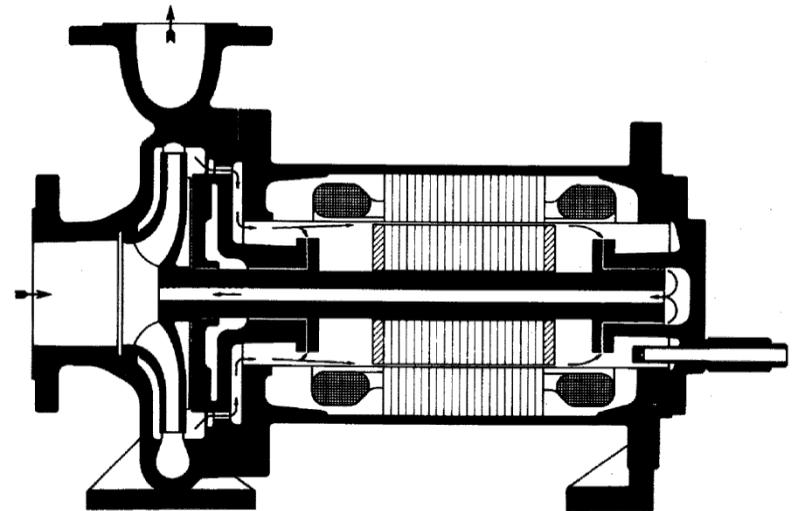
Verfahrenstechnik



Chemienormpumpe nach DIN 24256 und ISO 2858

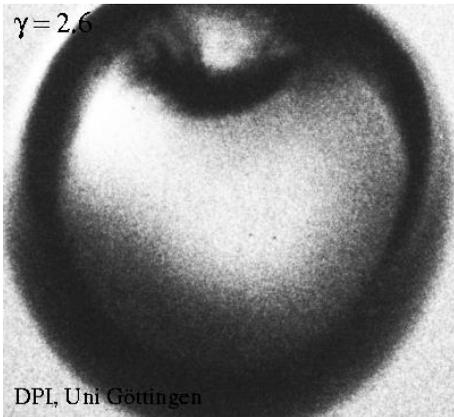
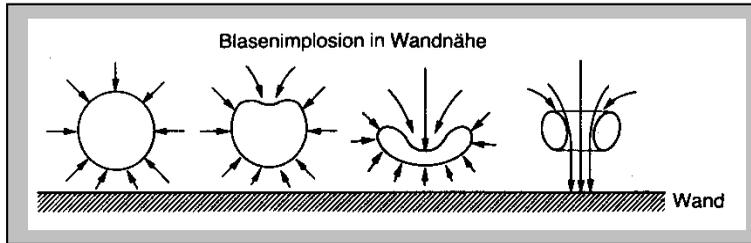


Chemiepumpe mit Antrieb über Dauermagnetkupplung



Schema einer Spaltrohrmotorpumpe

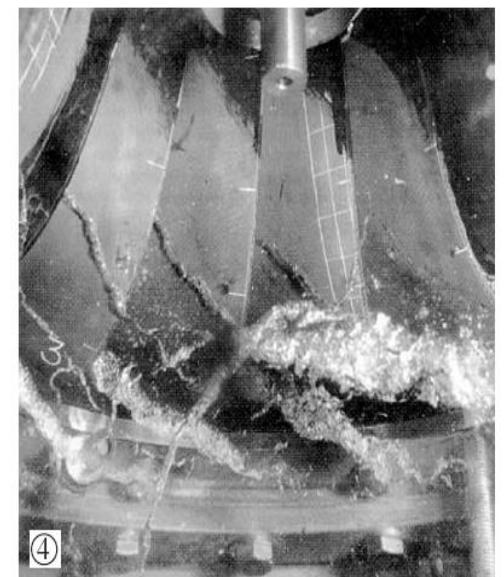
Kavitation - Wissenswertes



•Typen von Kavitation in Francisturbine

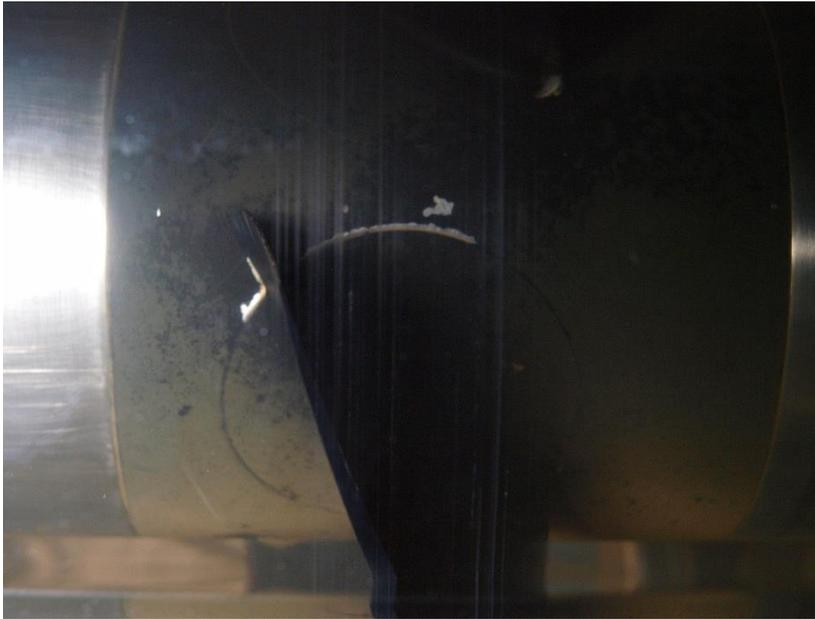
- (1) leading edge cavitation
- (2) travelling bubble cavitation
- (3) draft tube swirl
- (4) inter-blade vortex cavitation.

•Quelle: „Detection of cavitation in hydraulic turbines“, Xavier Escaler, Eduard Egusquiz, Mohamed Farhat, Francois Avellan, Miguel Coussirat, Mechanical Systems and Signal Processing 20 (2006) 983–1007, Elsevier



Axial-
pumpe,
 $n_q=210$

•Kavitationsfrei-NPSH=30,8 m



•30mm Blasenlänge-NPSH=12,4 m



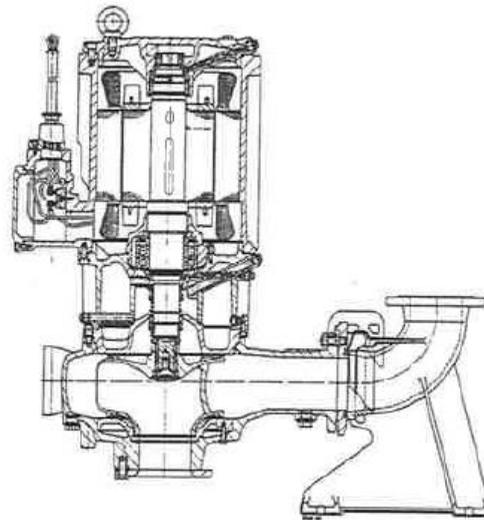
•Kavitationsbeginn-NPSH=21,5 m



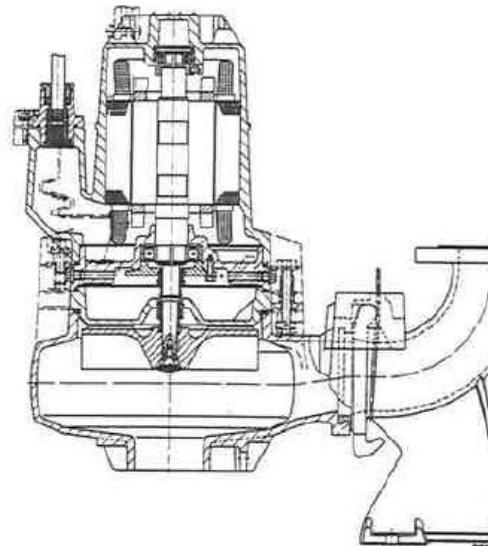
•NPSH3 - NPSH=5,4 m



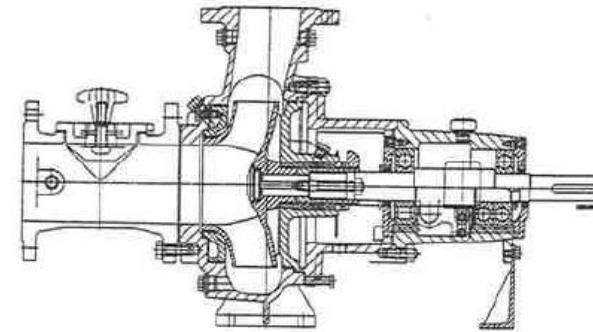
Abwasseraufbereitung



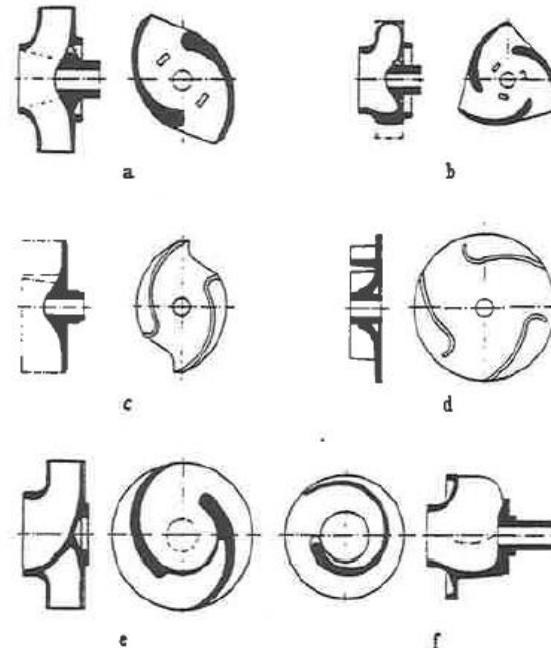
Tauchmotorpumpe mit Einschaufelrad als Abwasserpumpe



Tauchmotorpumpe mit Freistromrad als Abwasserpumpe

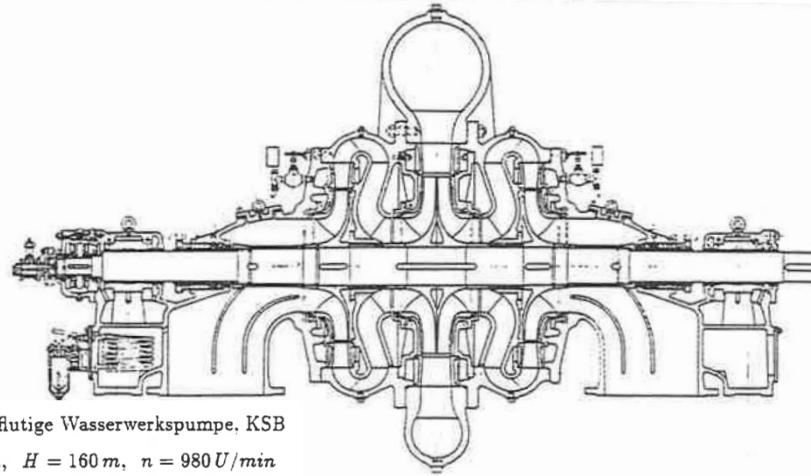


Horizontale Abwasserpumpe mit Kanalrad



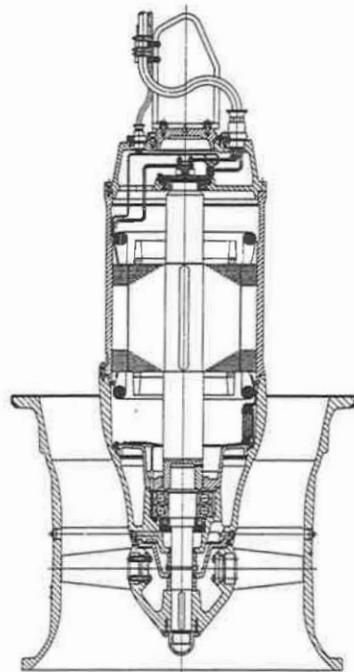
Lauftradformen von Schmutzwasser- bzw. Dickstoffpumpen

Wasserverteilung

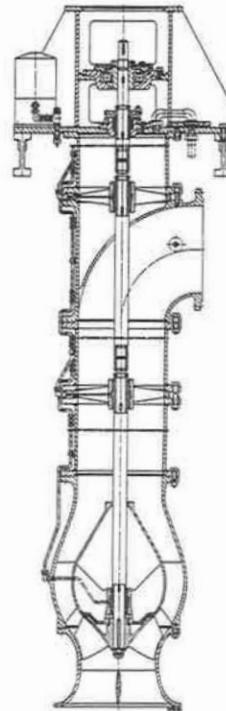


Zweistufige, zweiflutige Wasserwerkspumpe, KSB
 $Q = 2700 \text{ m}^3/\text{h}$, $H = 160 \text{ m}$, $n = 980 \text{ U}/\text{min}$

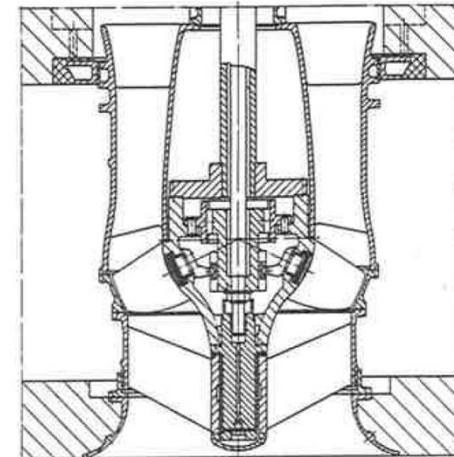
Bewässerung (Schöpfwerke)



Bewässerungspumpe, wartungsfreie Tauchmotor-Propellerpumpe mit einstellbaren Laufschaufeln



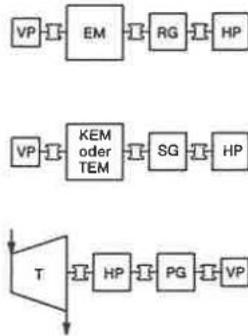
Bewässerungspumpe, Rohrgehäusepumpe mit Schraubenrad



Mechanisches Verstellgetriebe zum Verstellen der Laufschaufeln einer halbaxialen Propellerpumpe

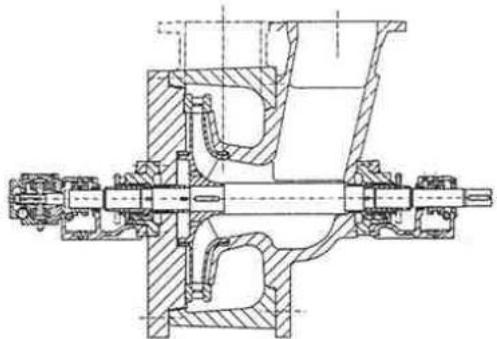
Ergänzung durch vertikale mehrstufige Pumpen einfacher Bauart zur Druckerhöhung, u. U. parallel geschaltet

Energietechnik

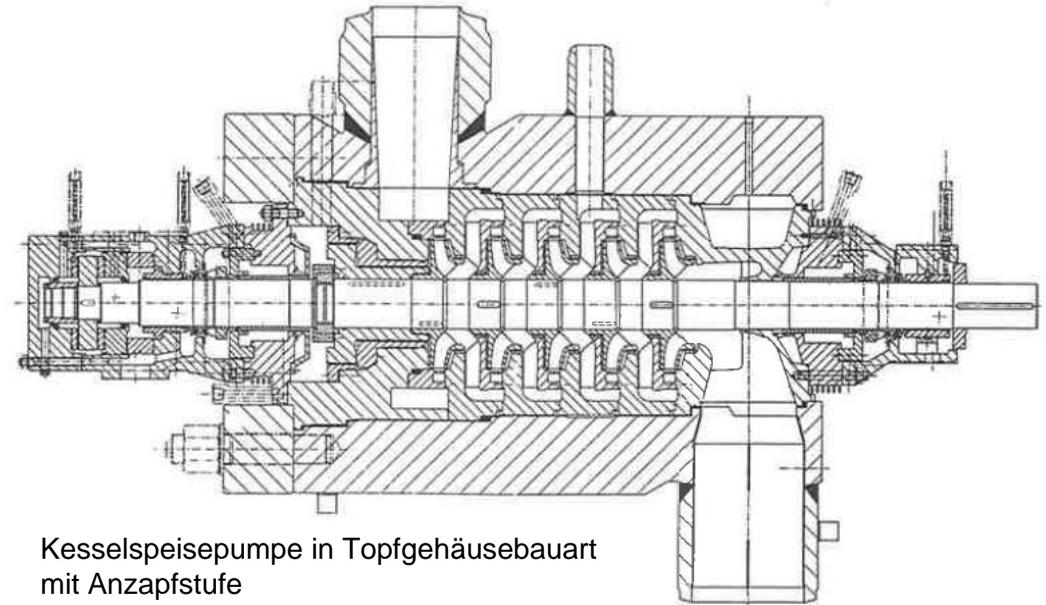


- EM = Elektromotor
- KEM = kaskadengeregelter Elektromotor
- TEM = thyristorgeregelter Elektromotor
- T = Zweigturbine
- RG = Turbo-Regelgetriebe
- SG = Stirradgetriebe
- PG = Planetengetriebe
- VP = Vorpumpe
- HP = Hauptpumpe
- ⌘ = Zahnkupplung

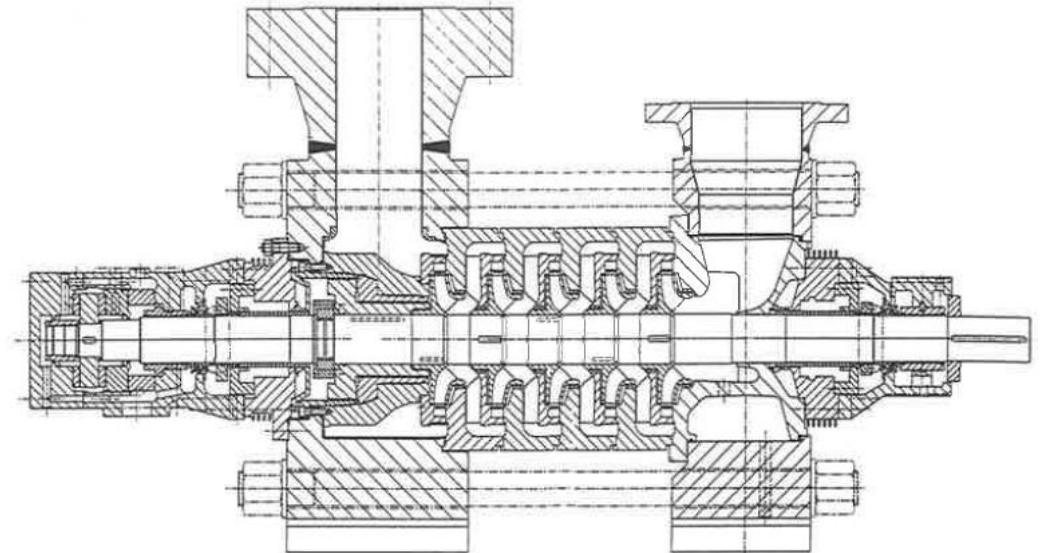
Beispiele für Aufbauvarianten von Speisepumpenaggregaten



Einströmige Kesselspeise-Vorpumpe



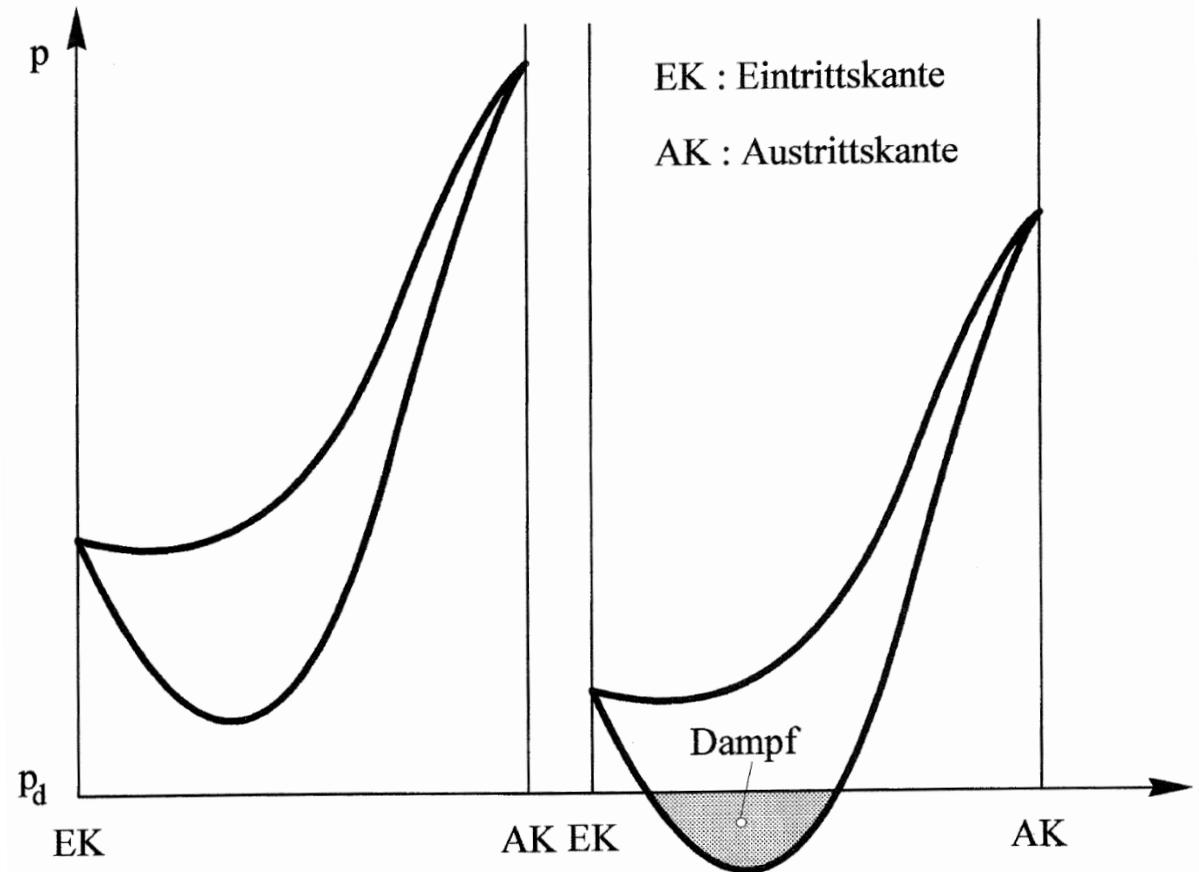
Kesselspeisepumpe in Topfgehäusebauart mit Anzapfstufe



Kesselspeisepumpe in Gliederbauart

Erscheinungsort der Kavitation: alle Stellen mit niedrigem Druck

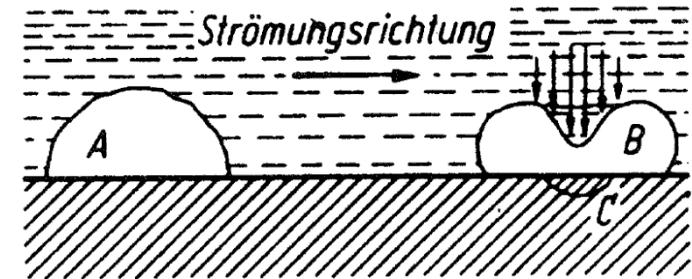
- Lauf- und Leitschaufeln
 - auch Schiffspropeller
 - u.U. auch bei hohem Druckniveau
- Drosselspalte und Gleitlager
- Ventile und Schieber (Armaturen)
- Kreisläufe z.B.
 - Kühlwasserkreisläufe von Motoren
 - Verfahrenstechnische Anlagen



Qualitative Darstellung des Druckverlaufes einer Pumpenbeschaufelung

Die Dampfblasen (Kavitationsblasen) werden in Gebiete höheren Drucks mittransportiert und verschwinden dort wieder: **Implosion**

- Bei der Implosion bilden sich „Mikrojets“ mit lokal begrenzten Drücken von **mehreren 1000 bar**, wodurch **mechanisch** Material aus der Wand gerissen wird: **Kavitationserosion**
- Blasen, die innerhalb der Strömung implodieren, sind hinsichtlich der Erosion harmlos, aber:
 - Geräusch, Lärm
 - Schwingungen, Laufunruhe
- Plötzlich stark absinkende Systemdrücke können in **extremen Fällen** innerhalb von **Sekunden** zur völligen Materialzerstörung führen, normalerweise treten Kavitationsschäden innerhalb von Tagen, Wochen oder Monaten auf.



Dampfblasenbildung (Kavitation)

- A Entstehung der Dampfblase;
- B Zusammenbrechen der Dampfblase;
- C Werkstoffzerstörung



Durch Kavitation ausgegagte Oberfläche von Gusseisen



Schnitt des Gussstückes

Alle Werkstoffe halten den Mikrojets eine mehr oder weniger lange Zeit stand:

- Inhibitionszeit

Polieren verlängert bei allen Werkstoffen die Inhibitionszeit

- Schadenverlauf:

1. Mattierung der i. A. metallisch glänzenden Oberfläche
2. Oberflächeneindrücke (wie feine Hammerschläge, Beschuss mit Kugeln)
3. Aufbrechen der Oberfläche
4. Materialabtrag

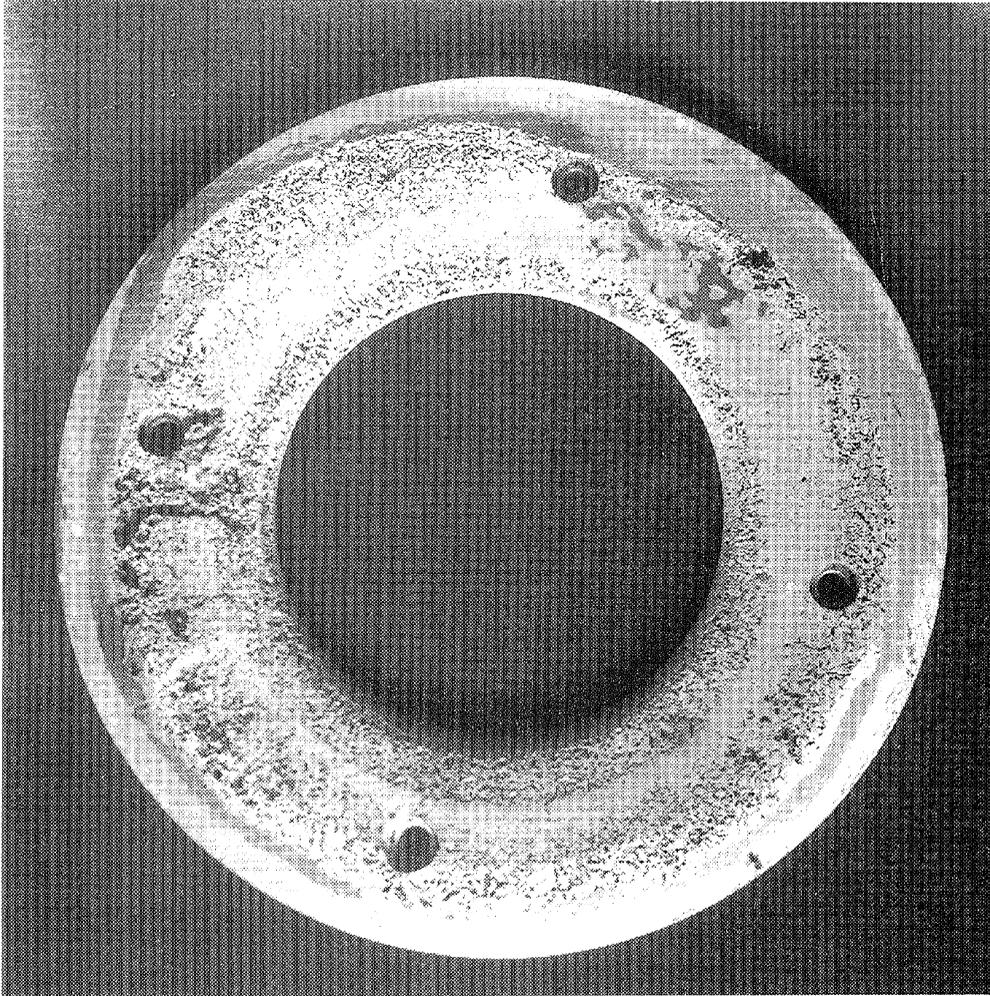
- Zunehmende Kavitationsempfindlichkeit:

Grauguss \Rightarrow Stahlguss \Rightarrow Bronze \Rightarrow legierter Stahlguss \Rightarrow Al-Mehrstoff-Bronze

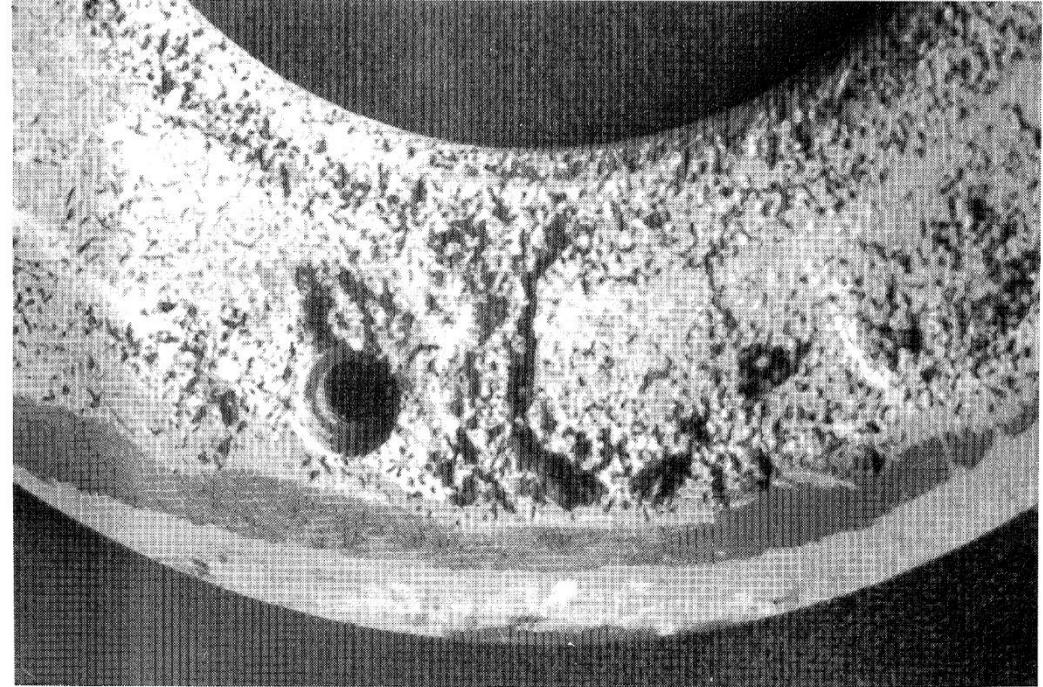


meistverwendeter Werkstoff bei Kavitationsgefährdung

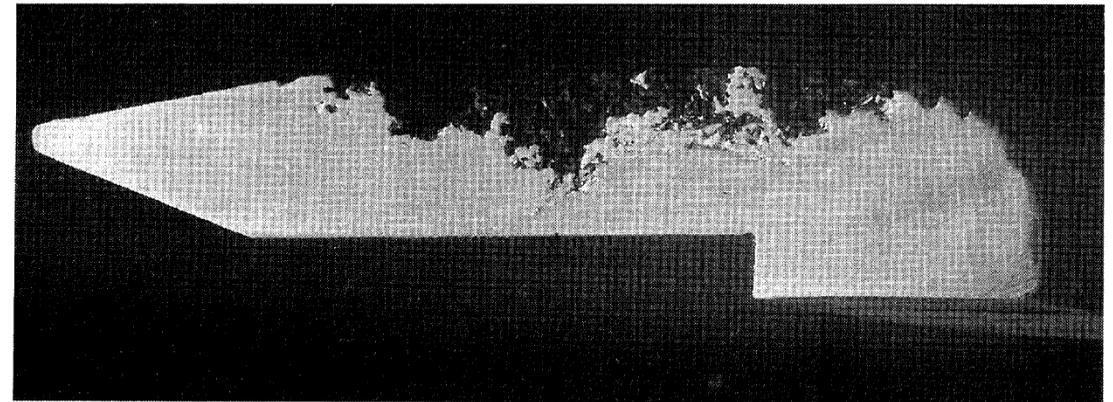
Kavitationserosion



Von der Kavitation angegriffener Lamellenring einer Ringdüsen-Vakuumpumpe



Teilansicht des Lamellenringes

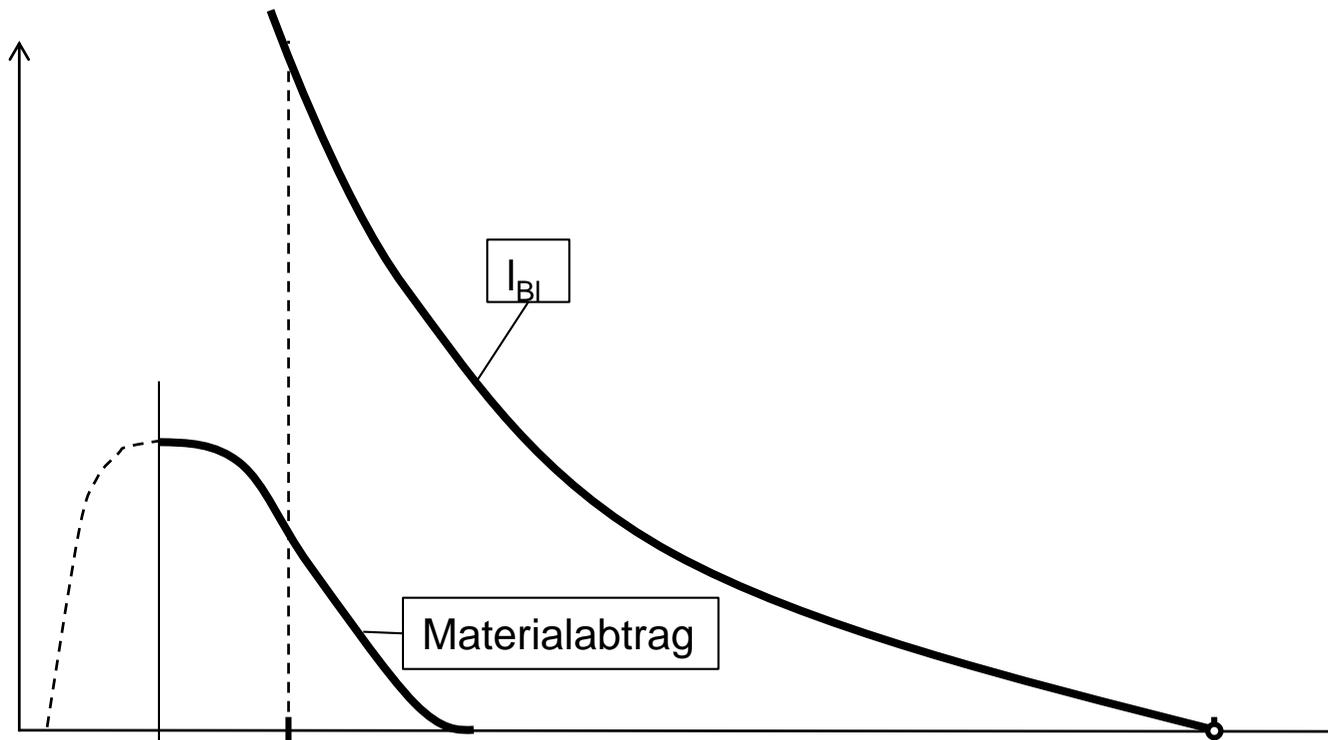


Schnitt durch den Lamellenring

Quelle: Neumaier

Materialabtrag
pro Zeit [mg/h]

Blasenschleppen-
länge l_{BI}



Rad komplett mit
Dampf gefüllt, in der
Praxis ohne Relevanz

$NPSH_3$

$NPSH_i$

Der so ermittelte Wert ist der NPSH-Wert der Pumpe: $NPSH_{erf}$

Beim $NPSH_{erf}$ -Wert der Pumpe/Turbine muss **immer** das betreffende Kriterium genannt werden!

Kavitationskennzahlen

üblich: Ermittlung der Kavitationskennzahlen auf der **Saugseite** der Maschine/Armatur

Der Einfachheit halber: Bezugsebene ist nicht die kavitationsgefährdete Stelle, sondern die Ebene durch die äußeren Punkte der Schaufeleintrittskante

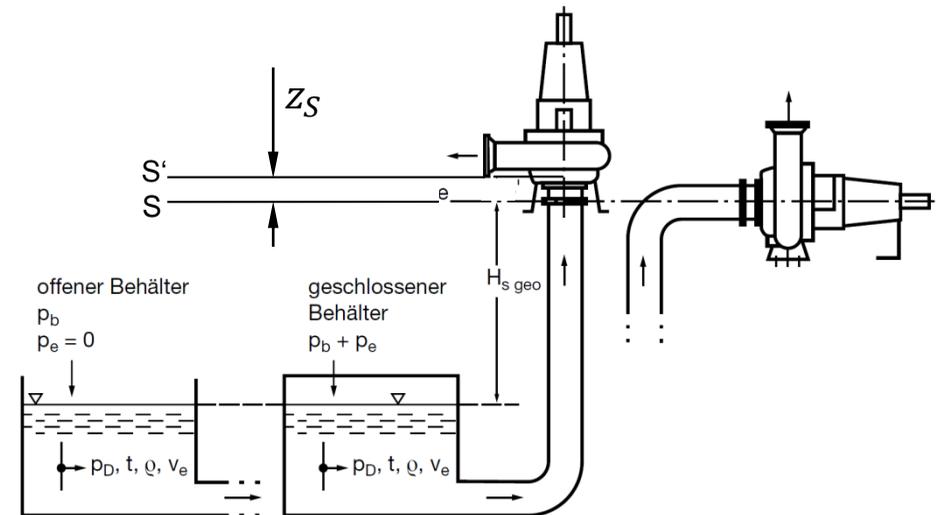
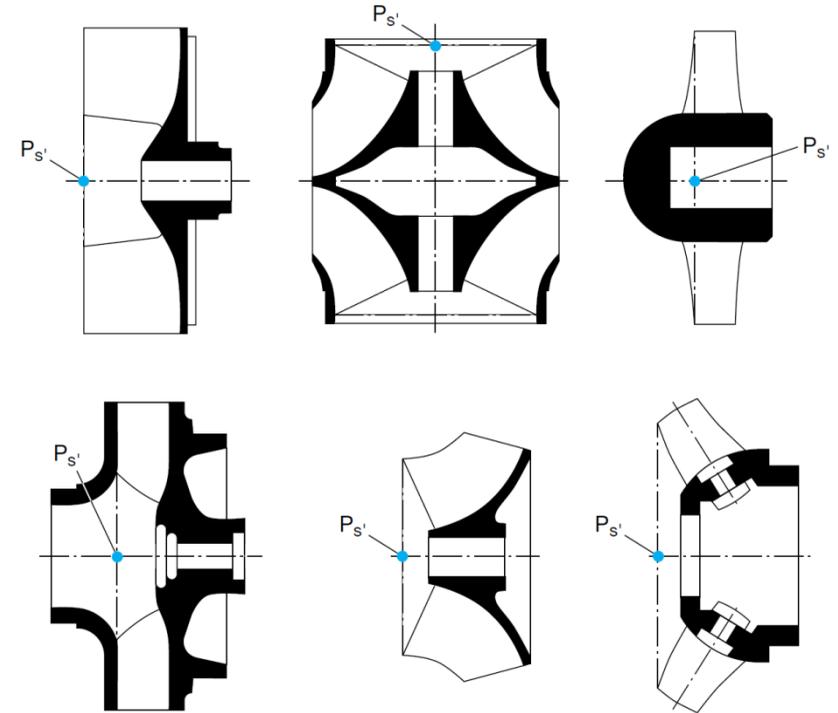
Definition NPSH: $NPSH = \frac{p_{tot,S} - p_d}{\rho g}$

Anlage: $NPSH_{vorh} / NPSH_{available}$

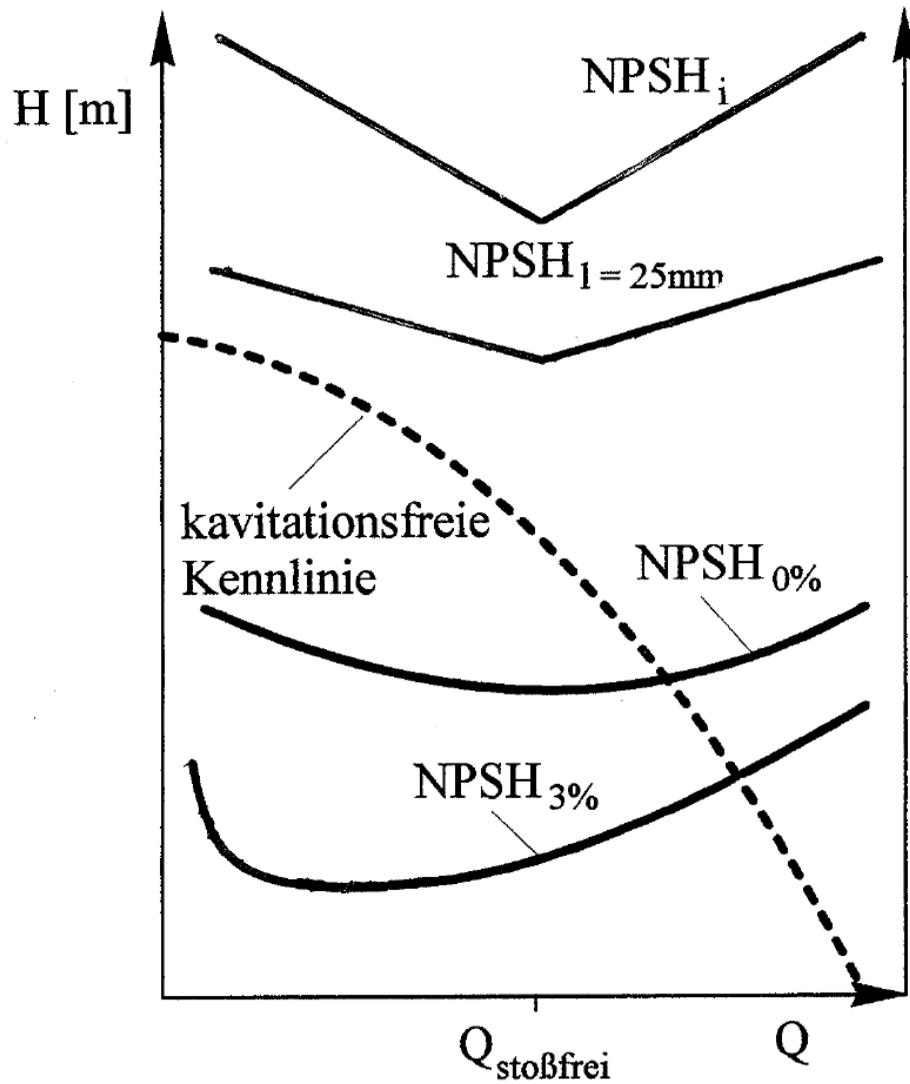
$$NPSH_{vorh} = \frac{p_e + p_b - p_d}{\rho \cdot g} + \frac{v_e^2}{2 \cdot g} - H_{v,e-s} \pm H_{s,geo}$$

Nicht mehr gebräuchlich: Haltedruckhöhe

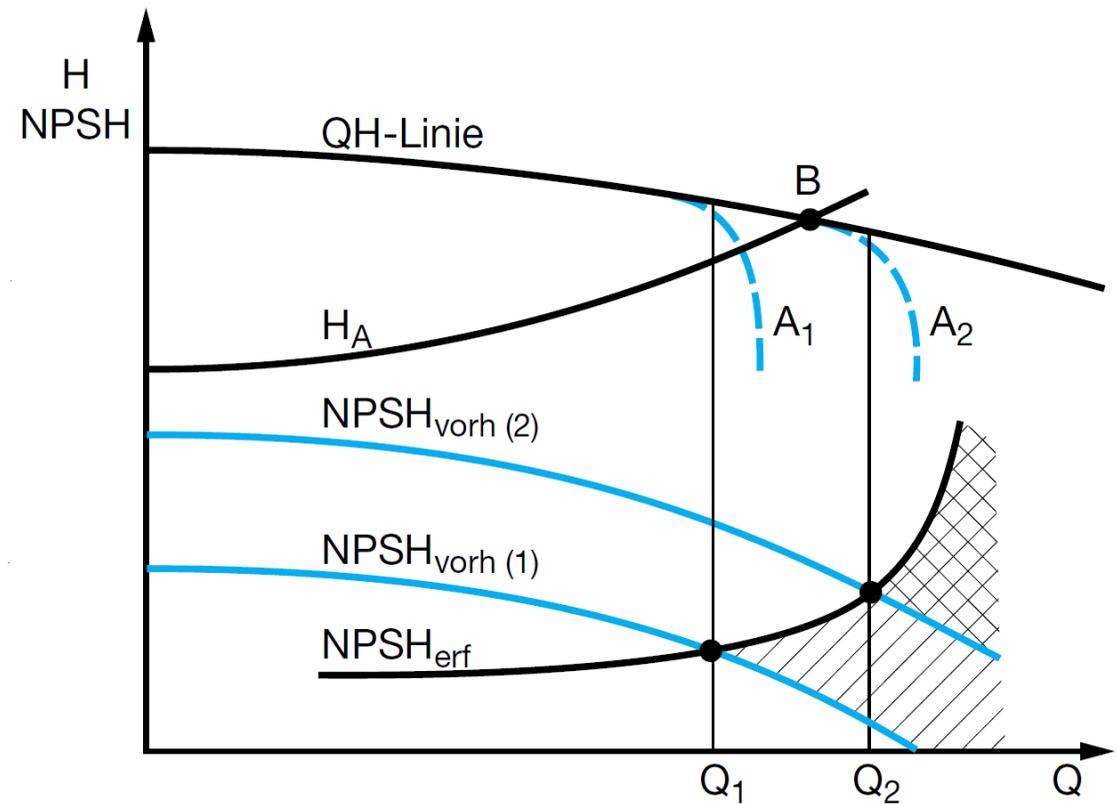
$$H_H = NPSH - z_S$$



Sichere Kavitationsvermeidung: $NPSH_{\text{vorh}} > NPSH_{\text{erf}}$



$NPSH_{\text{vorh}} > NPSH_i$ kavitationsfrei
 $NPSH_{\text{vorh}} > NPSH_0$ kein Förderhöhenabfall
 $NPSH_{\text{vorh}} > NPSH_3$ Förderhöhenabfall max. 3%



Thoma-Zahl: Kavitationsbeiwert σ

$$h_{stat P} = h_d = h_{stat a} - \Delta z_{P \rightarrow a} - \Delta h_{dyn P \rightarrow a}$$

1. $\Delta h_{dyn P \rightarrow a}$

hydraulische Maschinen: $\Delta p \sim H$

Thoma's Ansatz $\Rightarrow \Delta h_{dyn P \rightarrow a} = \sigma \cdot H$

2. $\Delta z_{P \rightarrow a}$

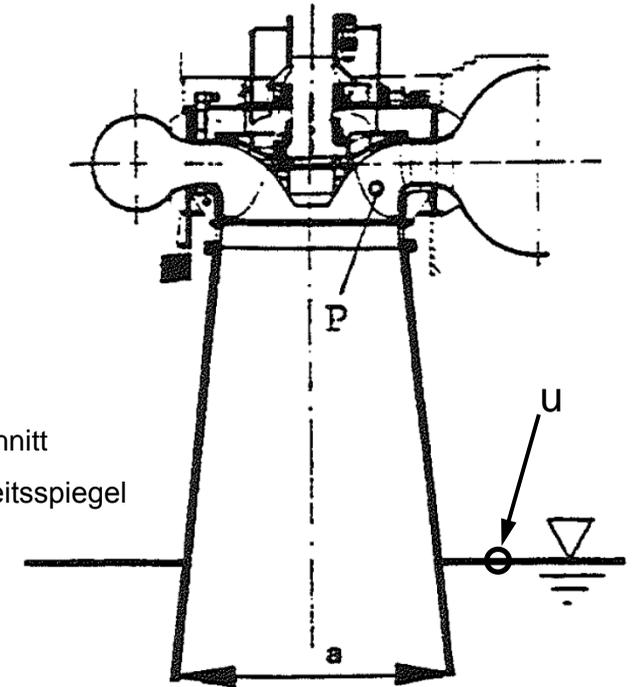
Stelle der Kavitationsgefährdung höher als Bezugspunkt: Saughöhe H_s

Stelle der Kavitationsgefährdung niedriger als Bezugspunkt: Zulaufhöhe H_s

3. $\Delta z_{P \rightarrow u}$

Wenn ab dem Wasserspiegel gerechnet wird (H_s), ist als statischer Druck der Atmosphärendruck einzusetzen

$$h_d = h_{at} - H_{s P \rightarrow u} - \sigma \cdot H$$



Francis-Turbine

P..... Aufpunkt

a..... Austrittsquerschnitt

u.....freier Flüssigkeitsspiegel

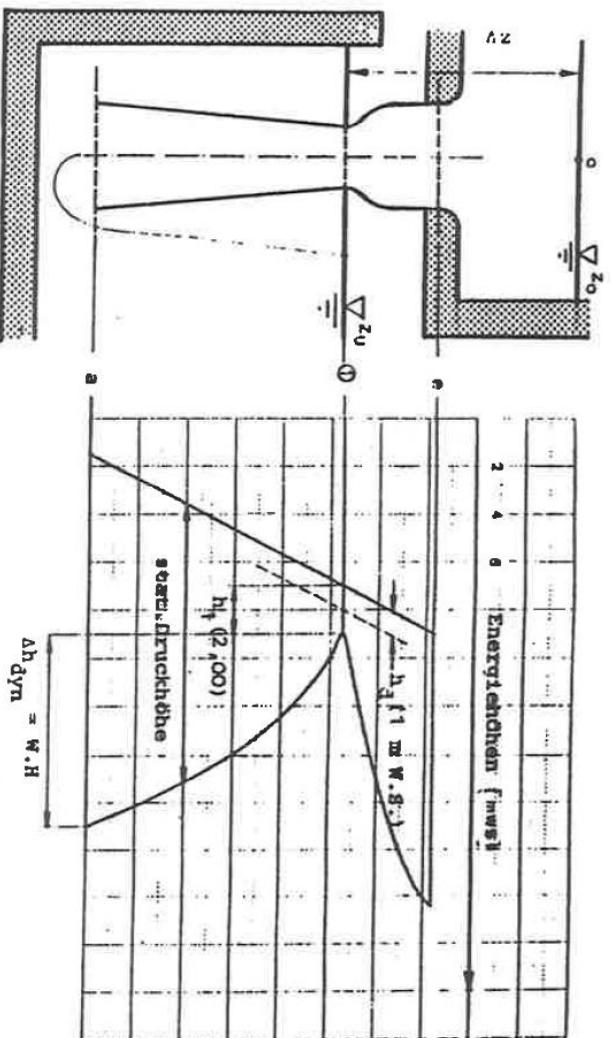


Abb. V.4a: Kavitationsfreier Betrieb

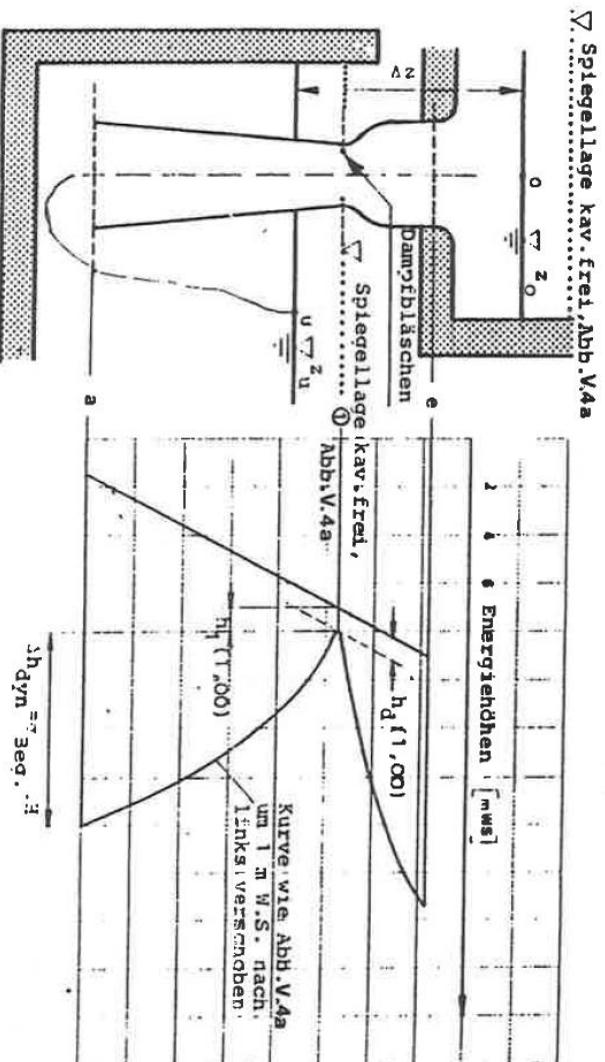
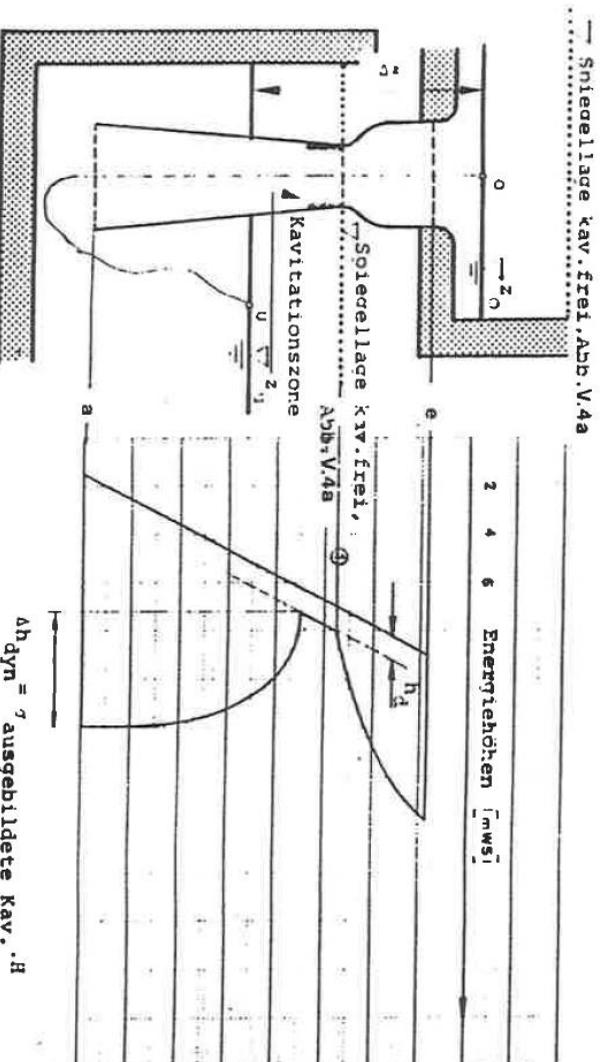


Abb. V.4b : Kavitationsbeginn



Ausgebildete Kavitation

V. Ähnlichkeitsgesetze und dimensionslose Kennwerte

- Die Entwicklung großer hydraulischer Strömungsmaschinen wird am Modell durchgeführt.
Weitere Beispiele: Autos, Flugzeuge, Schiffe
Ausnahme: Kleine Maschinen, thermische Strömungsmaschinen

- Die Skalierung der Modellmaschine auf die Originalmaschine erfordert zuverlässige Ähnlichkeitsgesetze: geometrische Ähnlichkeit
kinematische Ähnlichkeit
dynamische Ähnlichkeit

- geometrische Ähnlichkeit: Alle Maße von Modell und Originalmaschine stehen in einem festen Verhältnis: **Modellmaßstab**
Grenze: Wandrauigkeit und deren Einflüsse

- kinematische Ähnlichkeit: Geschwindigkeiten des Modells und des Originals stehen in einem festen Verhältnis

Grenze: Turbulenzgrad, Umschlag laminar – turbulent

- dynamische Ähnlichkeit:

Froude-Zahl: $Fr = \frac{\text{Trägheitskraft}}{\text{Schwerkraft}} = \frac{w^2}{g \cdot l}$ Oberflächenwellen, Wehre
Schleusen, Schiffe

Reynolds-Zahl: $Re = \frac{\text{Trägheitskraft}}{\text{Reibungskraft}} = \frac{w \cdot l}{\nu}$ Reibungseffekte

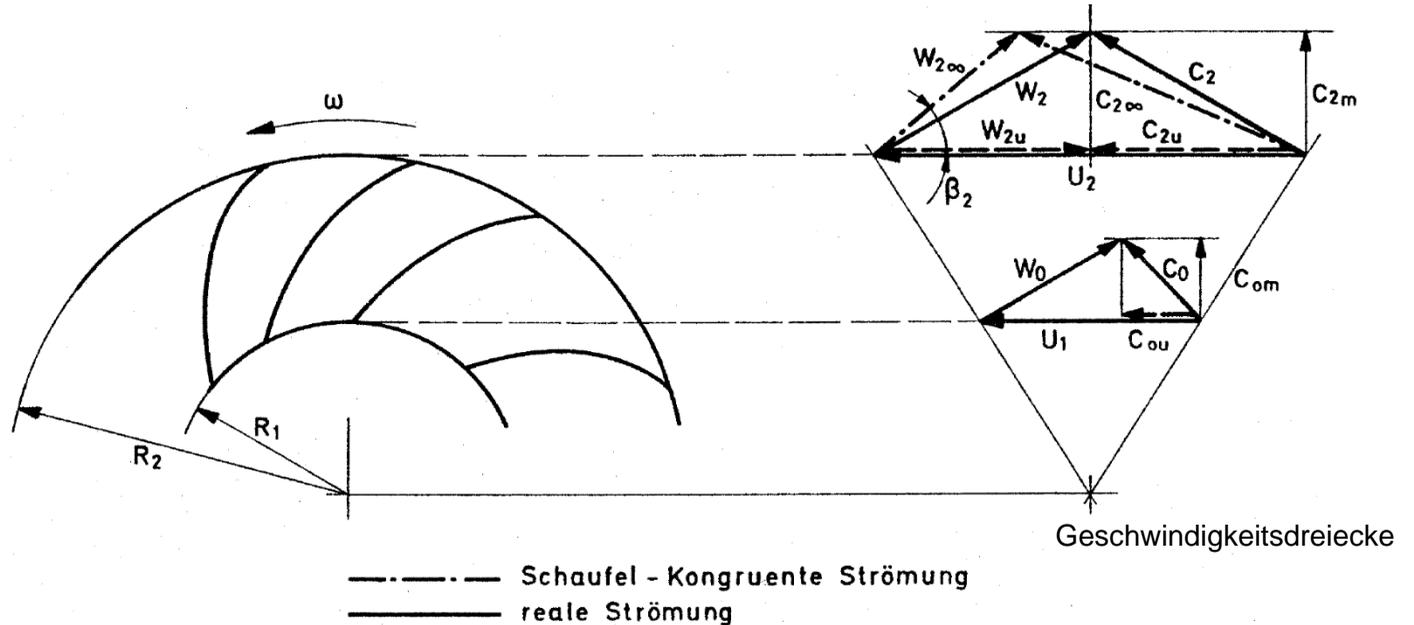
Häufig können Unterschiede bei der dynamischen Ähnlichkeit akzeptiert werden, ohne die Übertragbarkeit der Modellergebnisse auf die Großausführung zu gefährden.

Förderhöhe

$$H = \frac{1}{g} (u_a \cdot c_{ua} - u_e \cdot c_{ue})$$

$$H = \frac{u_a^2}{g} \left[\frac{c_{ua}}{u_a} - \left(\frac{u_e}{u_a} \right)^2 \cdot \left(\frac{c_{ue}}{u_e} \right) \right]$$

$$H = \frac{u_a^2}{g} \left[\frac{c_{ua}}{u_a} - \left(\frac{D_e}{D_a} \right)^2 \cdot \left(\frac{c_{ue}}{u_e} \right) \right]$$



Bei gleicher **Form** ist der Klammerausdruck unabhängig von Größe und Drehzahl

$$\Rightarrow \frac{H_2}{H_1} = \frac{u_{a2}^2}{u_{a1}^2} = \frac{u_{e2}^2}{u_{e1}^2} = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \cdot \left(\frac{D_{a2}}{D_{a1}} \right)^2$$

NPSH analog, weil sich die Drücke proportional zu H verhalten

Durchsatz / Volumenstrom

$$\dot{m} = \rho \cdot c \cdot A \quad \Rightarrow \quad \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{c_1}{c_2} \cdot \frac{D_1^2}{D_2^2}$$

Strahlensatz für die Geschwindigkeitsdreiecke

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{D_1}{D_2}$$

Gleiches Ergebnis für ringförmig durchströmte Fläche

$$\frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{n_1}{n_2} \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^3$$

Volumenstrom $Q = \frac{\dot{m}}{\rho}$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^3$$

Leistung $P = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{Q_1}{Q_2} \cdot \frac{H_1}{H_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^3 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^5$$

Kräfte $F = A \cdot \Delta p$ mit $\Delta p \sim \rho \cdot g \cdot H$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{H_1}{H_2} \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4$$

Kompressibilität

- Ähnlichkeit: Mach-Zahlen müssen gleich sein

$$Ma = \frac{\text{örtliche Geschwindigkeit}}{\text{örtliche Schallgeschwindigkeit}} = \frac{c}{a}$$

örtliche Schallgeschwindigkeit: $a = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T}$ ideales Gas

$$\text{Totalenthalpie: } h_0 = h + \frac{c^2}{2} \Rightarrow c = \sqrt{2 \cdot (h_0 - h)} = \sqrt{2 \cdot c_p \cdot (T_0 - T)}$$

$$Ma = \frac{\sqrt{2 \cdot c_p \cdot (T_0 - T)}}{\sqrt{\kappa \cdot R \cdot T}}$$

- Ähnlichkeit: $Ma_1 = Ma_2 \Rightarrow \left(\frac{T_0 - T}{T}\right)_1 = \left(\frac{T_0 - T}{T}\right)_2 \Rightarrow \left(\frac{T_0}{T}\right)_1 = \left(\frac{T_0}{T}\right)_2$
- wegen: $\frac{T_0}{T} = \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \Rightarrow \left(\frac{p_0}{p}\right)_1 = \left(\frac{p_0}{p}\right)_2$

Reibung

- Reynolds-Ähnlichkeit: $Re_1 = Re_2$ mit $Re = \frac{c \cdot l}{\nu}$

Bsp.: Modellmaßstab 20 $\frac{D_1}{D_2} = 20$ 1: Original
2: Modell

$$c = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$

gleiches Medium $\nu_1 = \nu_2$

$$Re_1 = Re_2 \Rightarrow \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot H_1} \cdot D_1}{\nu_1} = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot H_2} \cdot D_2}{\nu_2} \Rightarrow \frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 = \frac{1}{400}$$

Das Modell müsste mit der 400-fachen Fallhöhe betrieben werden!

- Leistung: $\frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{Q_1}{Q_2} \cdot \frac{H_1}{H_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{n_1}{n_2} \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^3 \cdot \frac{H_1}{H_2} = \frac{D_2}{D_1} = \frac{1}{20}$ d. h.: $P_{\text{Modell}} = 20 \cdot P_{\text{Original}}$

Bei Modellversuchen mit hydraulischen Strömungsmaschinen wird die Reynolds-Ähnlichkeit meistens ignoriert.

Hauptauswirkung: Wirkungsgradmessung

Abhilfe: **Aufwertung**

Grundlage nach Ackeret: 1. 50% Re-abhängige „aufwertbare“ Verluste: Reibung

Annahme: Änderung mit Re analog dem Reibungsbeiwert der ebenen Platte

$$c_f = 0,074 \cdot Re^{-0,2}$$

2. 50% Re-unabhängige nicht „aufwertbare“ Verluste: Stoßverluste, Mischverluste, Austrittsverluste

$$\frac{Verluste_1}{Verluste_2} = \frac{1 - \eta_{i1}}{1 - \eta_{i2}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{c_{f1}}{c_{f2}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{Re_2}{Re_1} \right)^{0,2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{D_2 \cdot \sqrt{H_2}}{D_1 \cdot \sqrt{H_1}} \right)^{0,2}$$

Zahlenbeispiel: $D_1 = 6,0 \text{ m}$ $H_1 = 20 \text{ m}$ $\eta_1 = 92,6 \%$ } 2,6 % Aufwertungsspanne
 $D_2 = 0,3 \text{ m}$ $H_2 = 5 \text{ m}$ $\eta_2 = 90 \%$ }

- Mit verbesserter Einsicht in die Energiebilanz hydraulischer Strömungsmaschinen wurden und werden eine Reihe weiterer Aufwertungsformeln entwickelt.

Die Aufwertung ist Gegenstand der Arbeit der *working group 5 von IAHR*

- Voraussetzung von Anwendbarkeit der Aufwertungsformeln: geometrische, kinematische, dynamische Ähnlichkeit: Aufwertung ist also immer begrenzt.
- Weitere Anwendung: - Übertragung von Versuchsergebnissen auf andere Fördermedien und andere Drehzahlen

Nr.	Autor, Jahr, Literatur	Formel	Bemerkungen
1	Ackeret 1930	$\frac{1-\eta'_i}{1-\eta'_e} = (1-V) + V \cdot \left(\frac{Re'}{Re''}\right)^{\frac{1}{3}}$	V bezieht sich auf Kaplan turbinen und wird im Bestlastbereich üblicherweise zu V=0,5 angenommen.
2	Spannhake 1931	$\frac{\frac{1}{\eta'_h} - 1}{\frac{1}{\eta'_e} - 1} = \left(\frac{D'}{D''}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{H'}{H''}\right)^{\frac{1}{8}}$	Formelaufbau gemäß Blasiusgesetz für „hydraulisch glatte“ Rohre und vollturbulente Strömung;
3	Pfleiderer I 1947	$\frac{1-\eta'_i}{1-\eta'_e} = \left(\frac{Re'}{Re''}\right)^{\frac{1}{10}}$	Der Exponent 1/α=1/10 entspricht dem Widerstandsgesetz von Blasius für „hydraulisch glatte“ Platten (vollturbulente Strömung); dies unter Annahme von V=0,5.
4	Wislicenus 1947	$0,95 - \eta'_i = \left(\frac{\log Q'}{\log Q''}\right)^2$ $0,95 - \eta'_e = \left(\frac{\log Q'}{\log Q''}\right)^2$ <i>Q in gps</i>	Gesetz auf Grund statistischer Auswertung von Informationen über zahlreiche Serienpumpen. Die mechanischen Verluste sind nicht eliminiert worden.
5	Rütschi 1951	$\frac{\eta''_e}{\eta''_h} = \frac{1 - 3,15 \cdot D_0{}''^{-1,6}}{1 - 3,15 \cdot D_0{}'^{-1,6}}$ <i>D₀ in cm</i>	Gesetz ergibt sich aus experimentellen Untersuchungen mit Pumpen unterschiedlicher Größe und spez. Drehzahl n _q (D ₀ =0,1-0,4 m). Die Oberflächenstruktur entspricht dem Übergang glatt – rauh (R _z ~22,5 µm).
6	Pantell 1953	$\frac{\frac{1}{\eta'_h} - 1}{\frac{1}{\eta'_e} - 1} = \left(\frac{D'}{D''}\right)^{0,3 \pm 4}$	Basiert auf dem Widerstandsgesetz von Fromm für vollrauhre Rohre.
7	Pfleiderer II 1955	$\frac{1-\eta''_i}{1-Y \cdot \eta''_e} = \left(\frac{D_0''}{D_0'}\right)^{\frac{1}{10}} \cdot \left(\frac{Re'}{Re''}\right)^{\frac{1}{10}}$ <i>mit Y</i> $\frac{1 - 2,21 \cdot D_0{}''^{-1,5}}{1 - 2,21 \cdot D_0{}'^{-1,5}}$	Formel ergibt sich aus der Kombination der Aufwertungsgesetze Nr. 3, 5. <i>D₀ in cm</i>
8	Karasik	$\frac{\frac{1}{\eta''_e} - 1}{\frac{1}{\eta''_i} - 1} = \left(\frac{n''}{n'}\right)^{0,17} \cdot \left(\frac{V''}{V'}\right)^{0,07}$	Empirisch abgeleiteter Zusammenhang gültig für das Aufwertungsverhalten von ein- und derselben Kesselspeisepumpe.
9	Kovats 1963	$\frac{1-\eta''_i}{1-\eta''_e} \cdot \eta''_e = (1-V) + V \cdot \left(\frac{D'}{D''}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$	Experimentell-theoretisch ermitteltes Aufwertungsgesetz. α = 4 raue Oberflächen α = 5 „hydraulisch glatte“ Oberflächen.

Nr.	Autor, Jahr, Literatur	Formel	Bemerkungen
10	Gulton – Cannavellis 1970	$\eta'' = (\eta_h \cdot \eta_v \cdot \eta_{RS})''$ $\frac{1 - \eta_h''}{1 - \eta_h''} = V' + (1 - V') \cdot \left(\frac{\epsilon'' / D_2''}{\epsilon' / D_2'} \right)^{0,1}$ $\cdot \left(\frac{Re''}{Re'} \right)^{0,16}$ $\frac{1 - \eta_v''}{1 - \eta_v''} = \left[y' \cdot a^2 + (1 - y') \cdot a^3 \cdot \frac{\lambda''}{\lambda'} \right]^{-0,5}$ $\frac{1 - \eta_{RS}''}{1 - \eta_{RS}''} = \frac{\lambda''}{\lambda'}$	<p>Formel basiert laut Literaturhinweis auf den Widerstandsgesetzen von Colebrook-White für technisch raue Rohre. Die Aufwertung der Spalt-, Radsseiten- und hydraulischen Verluste wird getrennt berechnet.</p> $V' = 0,5$ $y = \frac{\zeta_E + \zeta_A}{\left(\lambda \cdot \frac{L}{2S} \right)'}; a = \left(\frac{S}{D_2} \right)'$
11	Anderson 1977	$\frac{0,94 - \eta''}{0,94 - \eta''} = \left(\frac{Q'}{Q''} \right)^{0,32}$	<p>Empirischer Zusammenhang, wie er sich aus verschiedenen Lit.-Angaben über Wirkungsgrade von Pumpen mit verschiedenen Betriebsdaten, Rauheiten und η_q ergibt. Die mechanischen Verluste sind in der Aufwertung enthalten.</p>
12	Osterwalder 1978	$\Delta \eta_1 = V' \cdot (1 - \eta_1') \cdot \left[1 - \left(\frac{Re''}{Re'} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \right] -$ $- V'' \cdot (\eta_q)'' \cdot V'' \cdot (1 - \eta_1''(\eta_q)) \cdot$ $\cdot \left[\left(\frac{k_s}{k_s(\eta_q)} \right)^{\frac{1}{\beta}} - 1 \right]$	<p>Universelle Formel, die auf die Verhältnisse von Kraftwerksmaschinen abgestimmt ist. $1/\alpha = 0,16$; β: Rauheitsexponent γ: Rauheitsverteilungsfaktor der gesamten Maschine.</p>
13	Ida 1979	$\eta'' = \left\{ 1 - (1 - \eta_h') \cdot \left[(1 - V') + V' \cdot \frac{\beta''}{\beta'} \right] \right\} \cdot$ $\left[1 - (1 - \eta_v') \cdot \left(\frac{1,5 + \left(\lambda \cdot \frac{L}{2S} \right)'}{1,5 + \left(\lambda \cdot \frac{L}{2S} \right)''} \right)^{0,5} \right] \cdot$ $\cdot \left[1 + \left(\frac{\lambda_{vR}''}{\lambda_{vR}'} \right) \cdot \left(\frac{1}{\lambda_{RS}} - 1 \right) \right]^{-1}$	<p>Theoretisch abgeleitete Formel, die die Aufwertung der einzelnen Komponenten Spalt-, Radsseitenreibungs- und Stromführungsverluste getrennt berücksichtigt. Letztere basieren auf den Rohrlängungsgesetzen von Colebrook-White. Bei der Ableitung wurde $\eta_{\infty} = 1$ gesetzt, d.h. $\eta'' = \eta_1''$.</p>
14	Wöhrl 1980	$\frac{1 - \eta''}{1 - \eta''} = \frac{\left(\frac{Re}{Re_{krit}} \right)'^{\alpha'}}{\left(\frac{Re}{Re_{krit}} \right)''^{\alpha''}} \cdot \left[\frac{\left(\frac{Re_{krit} \cdot k_s}{D_h} \right)'}{1} \right]^{1,2}$ $\alpha = \alpha' \left(\frac{Re}{Re_{krit}} \right)$	<p>Die Formel basiert auf den Widerstandsgesetzen von Colebrook-White für technisch raue Rohre. Die aus Experimenten mit Pumpen und Verdichtern resultierenden Exponenten α', α'' beinhalten den Verlustverteilungsfaktor V' und die Neigung des betreffenden Widerstandsgesetzes. Die mechanischen Verluste werden mit aufgewertet.</p>
15	Staffel 1980	$\frac{\eta_{\infty} - \eta''}{\eta_{\infty} - \eta''} = \left(\frac{Re''}{Re''} \right)^{\frac{1}{2}}$ $\eta_{\infty} = \eta_{\infty}(\eta_q)$	<p>Aus Versuchen ermittelter Zusammenhang gültig für Gliederpumpen ($i \geq 4$, $D_2 \geq 0,25$ m) mit geglätteten Schaufeln. Mechanische Verluste sind nicht eliminiert worden.</p>

- Fazit:
- Aufwertungsrechnung und Messung können nur in Übereinstimmung gebracht werden durch **Einzelbewertung der Teilverluste**
 - Der **mechanische Wirkungsgrad** muss eliminiert werden
 - Bewertung der **Oberflächenrauigkeit schwierig**

Dimensionslose Kennwerte

Strömungsmaschinen sind vielfältig:

1.) Bauart: Gebläse, Schiffsschrauben, Radialpumpen, Gas- und Dampfturbine

jeweils zugeordnet: Bereich **spezifischer Drehzahl** mit typischer Bauart

2.) Baugröße: innerhalb einer Bauart entsprechend der Anforderung:
unterschiedlich große und unterschiedlich schnell drehende, aber ähnliche Maschine



Dimensionslose Kennwerte erlauben es, Maschinen auf ähnlichen Betriebspunkten zu fahren durch Anpassung von Größe und Drehzahl.

Voraussetzung: Dimensionslose Kennwerte sind ident.

1. Förderziffer φ

$$\varphi = \frac{Q}{A \cdot u} \quad \text{mit} \quad c_0 = \frac{Q}{A} \quad \Rightarrow \quad \varphi = \frac{c_0}{u}$$

Bei axialer Anströmung: $\tan \beta_0 = \frac{c_0}{u} = \varphi$

Andere Schreibweise:
$$\varphi = \frac{Q}{\left(\frac{D^2 \cdot \pi}{4}\right) \left(\frac{D \cdot \pi \cdot n}{60}\right)} = \frac{Q}{D^3 \cdot n} \cdot 24,32 \quad \Rightarrow \quad Q = \varphi \cdot D^3 \cdot n \cdot 0,0411 \quad n [\text{min}^{-1}]$$

thermische Maschinen:
$$Q = \frac{\dot{m}}{\rho} = \dot{m} \cdot v$$

$$\varphi = \frac{\dot{m} \cdot v}{D^3 \cdot n} \cdot 24,32 \quad \Rightarrow \quad \dot{m} = \varphi \cdot D^3 \cdot n \cdot \rho \cdot 0,0411$$

Achtung: Welchem Zustand entspricht ρ ?

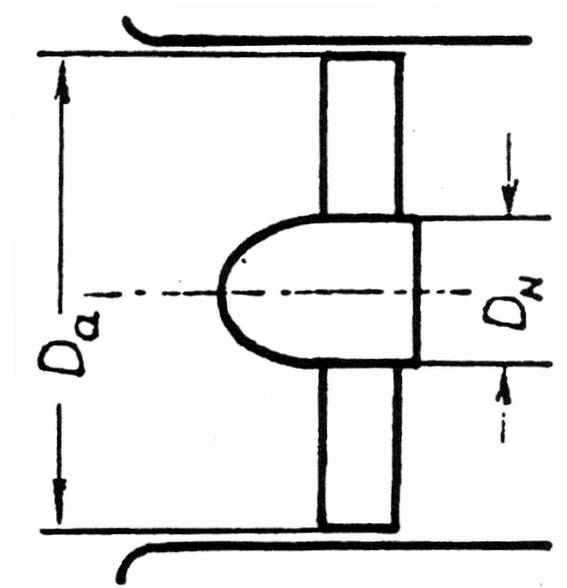
Wahl der Bezugsflächen ist häufig verschieden

Axialmaschinen

$$A_{ax} = \frac{\pi}{4} \cdot D_a^2 \cdot (1 - v^2)$$

Nabenverhältnis $v = \frac{D_N}{D_a}$

Vorteil: $\varphi = \tan \beta_0$ bleibt erhalten



Axialmaschine

Wählt man demnach den Gesamtquerschnitt als Bezugsfläche folgt

$$\varphi = \varphi_{ax} \cdot (1 - v^2)$$

2. Druckziffer ψ

hydraulische Maschine: $\psi = \frac{Y}{\left(\frac{u^2}{2}\right)} = \frac{2 \cdot Y}{u^2} = \frac{2 \cdot g \cdot H}{u^2}$, spezifische Stutzenarbeit $Y = g \cdot H$ $\left[\frac{J}{kg}\right]$

$$\psi = \frac{2 \cdot g \cdot H}{\left(\frac{D \cdot \pi \cdot n}{60}\right)^2} = 7156,5 \cdot \frac{H}{D^2 n^2} \Rightarrow H = \psi \cdot D^2 \cdot n^2 \cdot 1,397 \cdot 10^{-4} \quad n [\text{min}^{-1}]$$

thermische Maschine: $\psi = \frac{\Delta h_{is}^*}{\left(\frac{u^2}{2}\right)}$

$$\psi = \frac{2 \cdot \Delta h_{is}^*}{\left(\frac{D \cdot \pi \cdot n}{60}\right)^2} = 729,5 \cdot \frac{\Delta h_{is}^*}{D^2 \cdot n^2} \Rightarrow \Delta h_{is}^* = \psi \cdot D^2 \cdot n^2 \cdot 1,371 \cdot 10^{-3}$$

Die Umfangsgeschwindigkeit u ist mit demselben Durchmesser wie φ zu bilden.

3. Leistungsziffer λ

Hydraulische Maschine

Turbine:
$$P[kW] = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{1000} \cdot \eta$$

P : Wellenleistung

Pumpe:
$$P[kW] = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{1000} \cdot \frac{1}{\eta}$$

$$P_{hydr.} = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H$$

Faktor 1000 nur wegen **kW**

mit:
$$Q = 0,0411 \cdot \varphi \cdot D^3 \cdot n$$

$$H = 1,397 \cdot 10^{-4} \cdot \psi \cdot D^2 \cdot n^2$$

Turbine:
$$P = 5,633 \cdot 10^{-8} \cdot \left[\varphi \cdot \psi \cdot \eta \cdot \rho \cdot D^5 \cdot n^3 \right]$$

Pumpe:
$$P = 5,633 \cdot 10^{-8} \cdot \left[\frac{\varphi \cdot \psi}{\eta} \cdot \rho \cdot D^5 \cdot n^3 \right]$$

Leistungsziffer λ

$$P = 5,633 \cdot 10^{-8} \cdot \lambda \cdot \rho \cdot D^5 \cdot n^3 [kW]$$

Thermische Maschine

Turbine:
$$P[kW] = \frac{\dot{m} \cdot \Delta h_{is}^*}{1000} \cdot \eta_i$$

Def.: $\lambda = \varphi \cdot \psi \cdot \eta_i$

Verdichter:
$$P[kW] = \frac{\dot{m} \cdot \Delta h_{is}^*}{1000} \cdot \frac{1}{\eta_i}$$

Def.: $\lambda = \frac{\varphi \cdot \psi}{\eta_i}$

mit: $\dot{m}, \Delta h_{is}^*$

$$\Rightarrow P = 5,635 \cdot 10^{-8} \cdot \lambda \cdot \rho \cdot D^5 \cdot n^3$$

4. Durchmesserziffer δ

hydraulisch: $H = 1,397 \cdot 10^{-4} \cdot \psi \cdot D^2 \cdot n^2$

$$Q = 0,0411 \cdot \varphi \cdot D^3 \cdot n$$

Eliminiere $n \Rightarrow$

$$D = 0,5361 \cdot \frac{\psi^{\frac{1}{4}}}{\varphi^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{1}{4}}}$$

Def.: $\delta = D \cdot \frac{H^{\frac{1}{4}}}{Q^{\frac{1}{2}}}$

$$\delta = 0,5361 \cdot \frac{\psi^{\frac{1}{4}}}{\varphi^{\frac{1}{2}}}$$

Bedeutung: Durchmesser einer Maschine, bei der Druckzahl und Lieferzahl bekannt sind, liegt fest.

thermisch: $\Delta h_{is}^* = 1,371 \cdot 10^{-3} \cdot \psi \cdot D^2 \cdot n^2$

$$\dot{m} \cdot v = 0,0411 \cdot \varphi \cdot D^3 \cdot n$$

$$\delta = 0,949 \cdot \frac{\psi^{\frac{1}{4}}}{\varphi^{\frac{1}{2}}} = D \cdot \frac{\Delta h_{is}^{*\frac{1}{4}}}{(\dot{m} \cdot v)^{\frac{1}{2}}}$$

5. Dimensionslose Geschwindigkeiten und Drücke

Def.:
$$Kc = \frac{c}{\sqrt{2 \cdot g \cdot H}}$$

Bedeutung: 1. $\sqrt{2 \cdot g \cdot H}$ Ausströmgeschwindigkeit aus einer Düse unter der Gesamthöhendifferenz H

2. Absolute Geschwindigkeiten sind bei gleichem Maschinentyp je nach Fallhöhe unterschiedlich. Die **bezogenen** Geschwindigkeiten bleiben jedoch gleich.

z.B.: Umfangsgeschwindigkeit von Peltonrädern $Ku = 0,48$
von Kaplan turbinen $Ku = 1,4 - 1,9$
selten bis 1,2 bzw. 2,4

Strahlgeschwindigkeit bei Pelton-Turbinen: $Kc_0 = 0,99$

3. Euler-Gleichung $\frac{\eta_u}{2} = Ku_e \cdot Kc_{ue} - Ku_a \cdot Kc_{ua}$

4. Bernoulli-Gleichung $\frac{p_1}{\rho \cdot g \cdot H} + Kc_1^2 = \frac{p_2}{\rho \cdot g \cdot H} + Kc_2^2 + \frac{h_{v1 \rightarrow 2}}{H}$

5. *Quadrat der bezogenen Geschwindigkeit* = $\frac{\text{kinetische Energie}}{\text{Energiehöhe}}$; $Kc^2 = \frac{c^2}{2 \cdot g \cdot H}$

Thermische Maschine

Gleiches Kc bei verschieden großen Maschinen des gleichen Typs nur dann, wenn die Mach-Ähnlichkeit erfüllt ist.

In der Praxis wenig verbreitet

6. Spezifische Drehzahlen

Eine spezifische Drehzahl ergibt sich durch Umrechnung auf die Drehzahl und die Größe bei einem Normzustand:

$$Q = 1 \frac{m^3}{s}$$

$$H = 1 m$$

Es hat sich gezeigt, dass zu einer bestimmten spezifischen Drehzahl eine bestimmte Bauform gehört: type number/shape number

geg.: Q_A, H_A, n_A

ges.: Drehzahl n_q für Normzustand

1. Fall-/Förderhöhe:

$$\left(\frac{D_A}{D_q}\right)^2 \cdot \left(\frac{n_A}{n_q}\right)^2 = \frac{H_A}{H_q}$$

2. Volumenstrom:

$$\left(\frac{D_A}{D_q}\right)^3 \cdot \frac{n_A}{n_q} = \frac{Q_A}{Q_q}$$

nach n_q aufgelöst \Rightarrow

$$n_q = n_A \cdot \frac{\left(\frac{Q_A}{Q_q}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{H_A}{H_q}\right)^{\frac{3}{4}}} = n_A \cdot \frac{\sqrt{Q_A}}{H_A^{\frac{3}{4}}}$$

mit

$$\left. \begin{array}{l} H = 1,397 \cdot 10^{-4} \cdot \psi \cdot D^2 \cdot n^2 \\ Q = 0,0411 \cdot \varphi \cdot D^3 \cdot n \end{array} \right\} \Rightarrow n_q = 157,8 \cdot \frac{\varphi^{\frac{1}{2}}}{\psi^{\frac{3}{4}}}$$

Einheiten:

$$[n] = \text{min}^{-1}$$

$$[H] = \text{m}$$

$$[Q] = \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Keller: Schnelllaufzahl $\sigma = \frac{\varphi^{\frac{1}{2}}}{\psi^{\frac{3}{4}}}$

Weitere Definitionen:

- Type number: K von ISO empfohlen
$$K = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot \frac{\sqrt{Q}}{(gH)^{\frac{3}{4}}}$$
- Suction specific speed: n_{SS}
$$n_{SS} = n \cdot \frac{\sqrt{Q}}{(NPSH)^{\frac{3}{4}}}$$
- Spezifische Drehzahl: n_s (für Turbinen)
$$n_s = n \cdot \frac{\sqrt{P_{NUTZ}}}{H^{\frac{5}{4}}} \quad [P_{NUTZ}] = PS$$

veraltet, brutto: dem Wasser entzogene Leistung

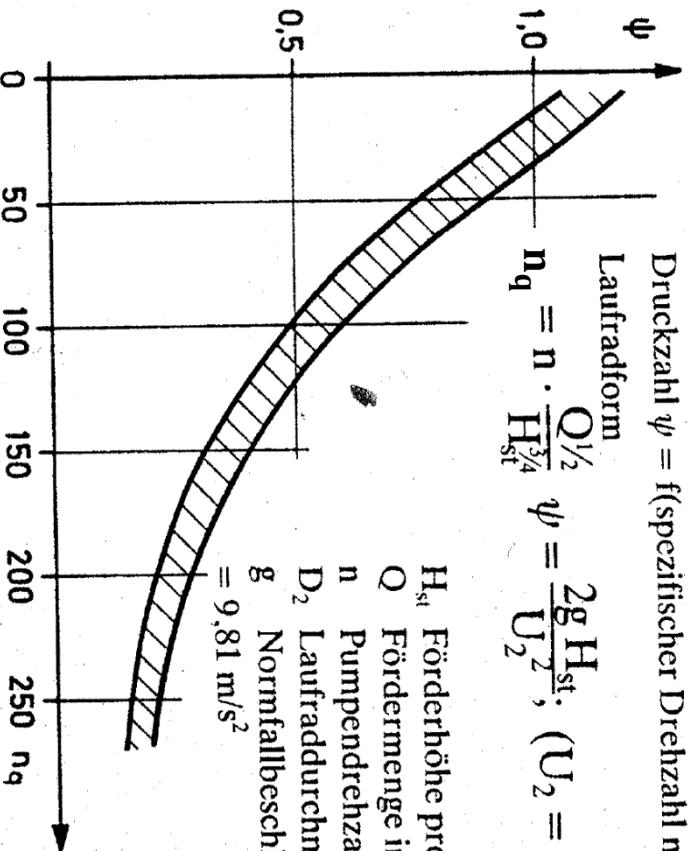
Wasser: $n_{s,brutto} = 3,65 \cdot n_q$
- Spezifische Schnellläufigkeit nach Pfeleiderer: n_q'
$$n_q' = n \cdot \frac{\sqrt{Q}}{(gH)^{\frac{3}{4}}}$$

Druckzahl $\psi = f(\text{spezifischer Drehzahl } n_g)$

Lauftradform

$$\psi = \frac{2g H_{st}}{U_2^2}; \quad (U_2 = \frac{D_2 \cdot \pi \cdot n}{60})$$

H_{st} Förderhöhe pro Stufe in m
 Q Fördermenge in m^3/s
 n Pumpendrehzahl in U/min.
 D_2 Laufraddurchmesser in m
 g Normalfallbeschleunigung
 $= 9,81 \text{ m/s}^2$



Zunehmende
 Fördermenge
 Abnehmende
 Förderhöhe



Radformen und Druckzahlen



Radialrad	Francis-Rad	Halbaxialrad	Axialrad
Kleine spezifische Drehzahl, kleine Schluckfähigkeit, grobe spezifische Arbeit	Mittlere spezif. Drehzahl, mittlere Schluckfähigkeit, mittlere spezifische Arbeit	grobe spezif. Drehzahl, grobe Schluckfähigkeit, kleine spezif. Arbeit	Größte spezif. Drehzahl, größte Schluckfähigkeit Kleinste spezif. Arbeit
Langsamläufer	Mittelläufer	Schnelläufer	Schnellstläufer
n	n	n	n
n_q 0,003	0,157	0,25	0,33 0,5
n_q 40	139	300	400 600
n_s $n_{st}^{0,07}$	0,24	0,52	0,7 1,0
			1,5 3,17

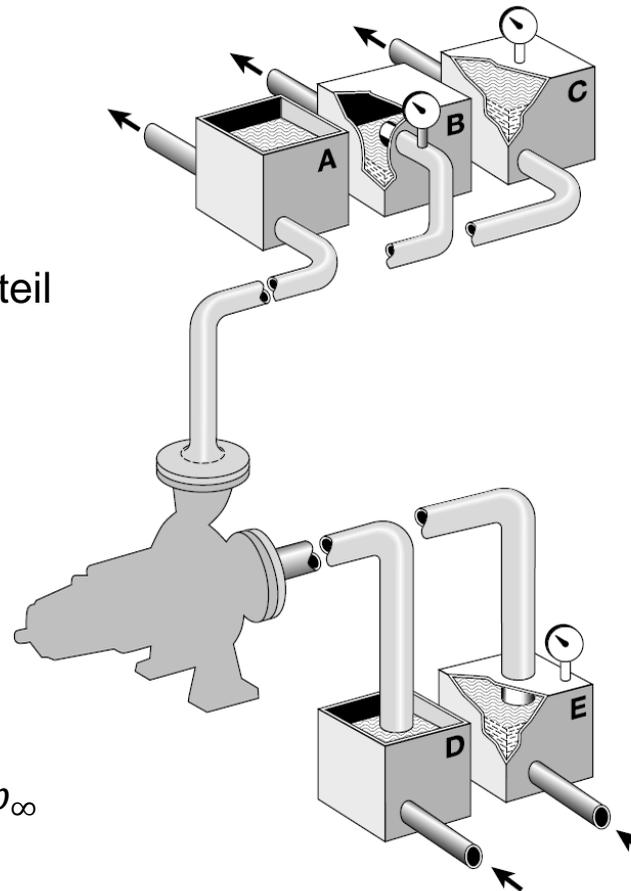
Quelle: Sulzer

VI. Auslegung von Pumpen und Anlagen

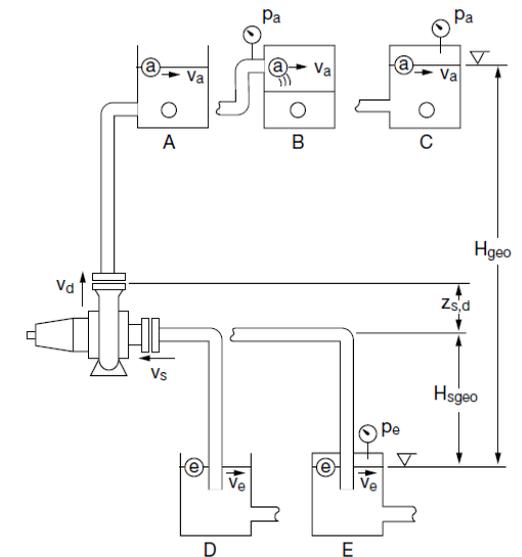
Erforderliche Förderhöhe der Anlage

$$H_A = H_{geo} + \frac{p_a - p_e}{\rho g} + \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g} + \sum H_V$$

statischer Anteil
dynamischer Anteil



Pumpenanlage mit Saugbetrieb



Quelle: KSB

Sonderfälle:

- große Behälter $v_a \cong 0, v_e \cong 0$
- offene Behälter $p_a = p_\infty, p_e = p_\infty$
- geschlossene Ringleitung $a = e$

Pumpenauswahl:

$$H_p = \underbrace{H_{geo} + \frac{p_a - p_e}{\rho \cdot g}}_{H_{stat}} + \underbrace{\frac{v_a^2 - v_e^2}{2 \cdot g} + \sum H_{vi}}_{H_{dyn}}$$

$$H_{stat} \neq f(Q)$$

Ausnahme: -) sich füllende/entleerende Behälter

$$\frac{z_a}{z_e} = f(Q)$$

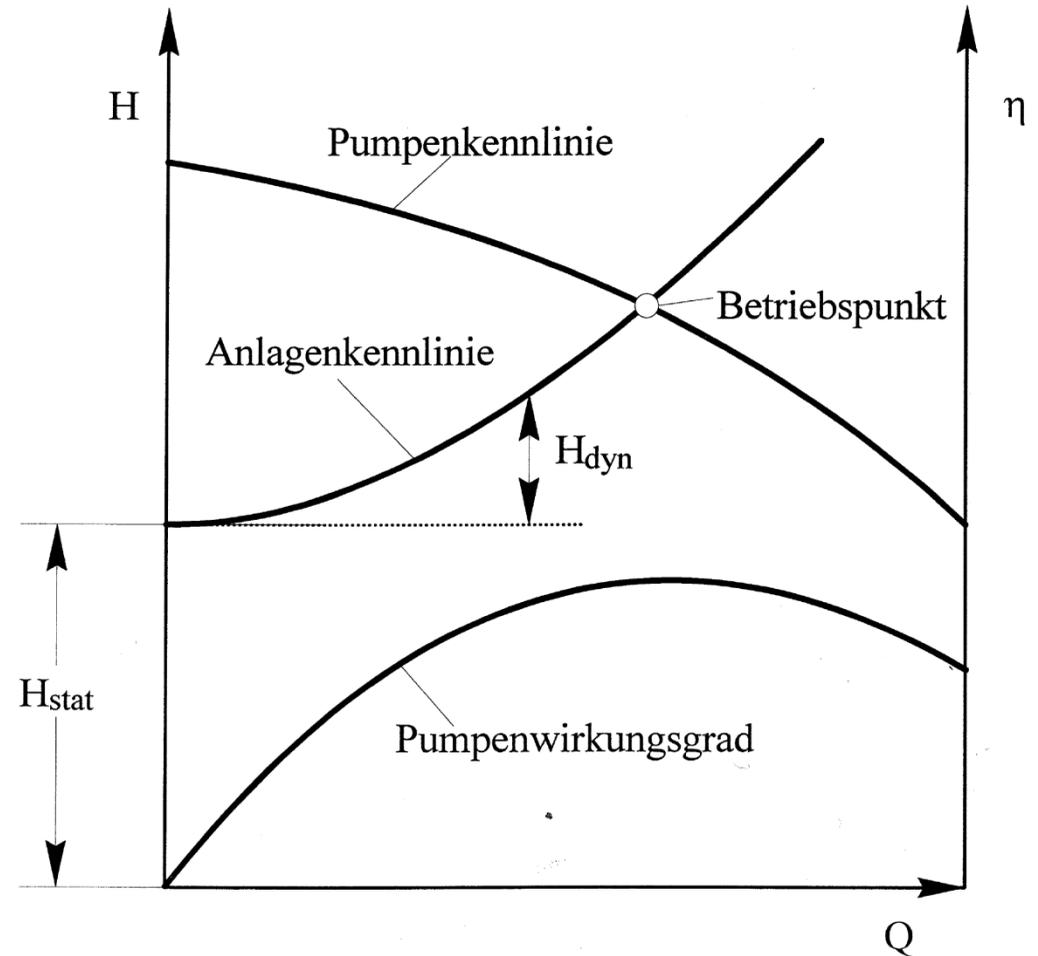
-) sich füllende/entleerende Druckbehälter

$$\frac{p_a}{p_e} = f(Q)$$

$$H_{vi} = \zeta_i \cdot \frac{v_i^2}{2 \cdot g}$$

• Verlustansatz
(Darcy-Weisbach)

ζ_i • Verlustbeiwert



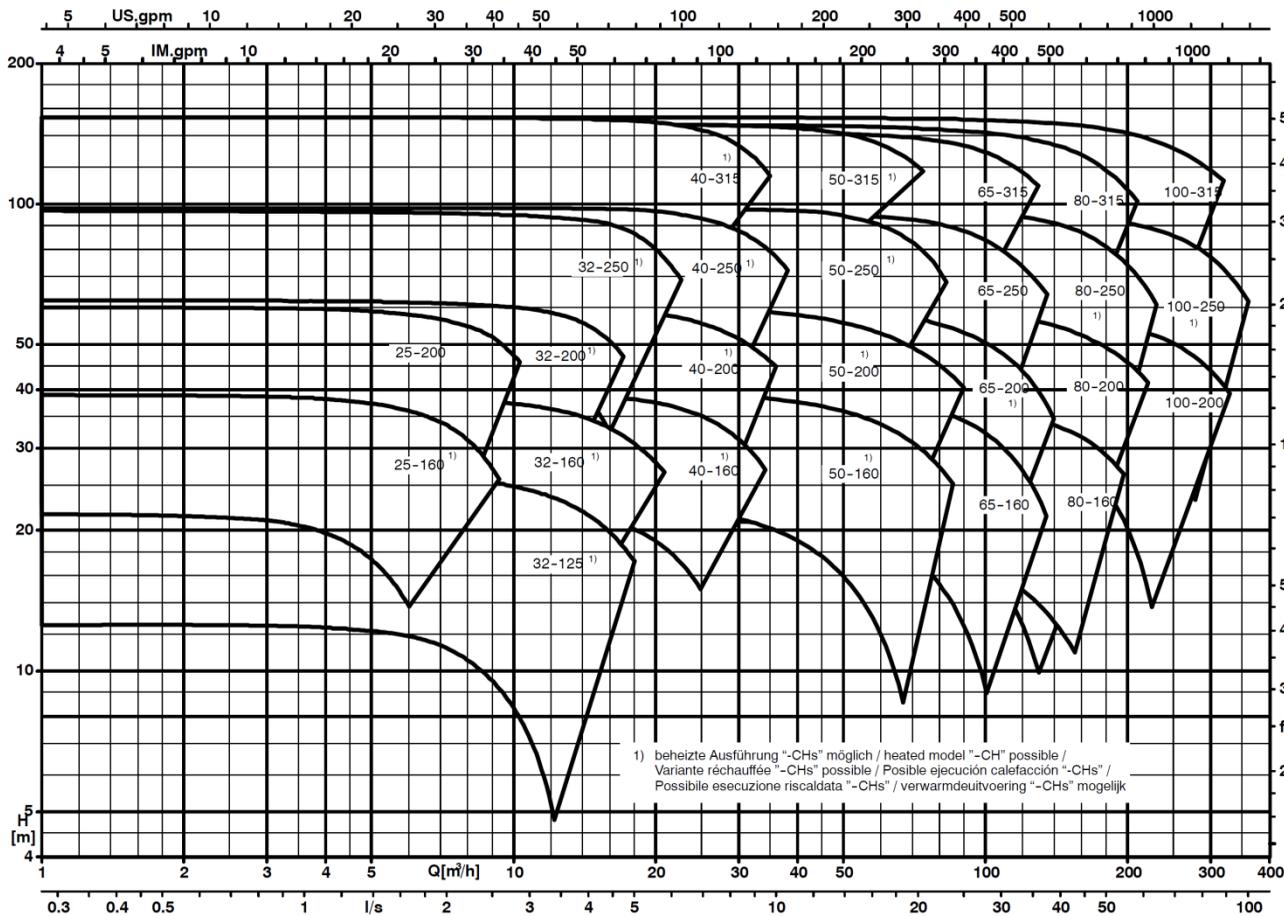
Die Pumpengröße muss so gewählt werden, dass sie bei gegebenem Volumenstrom Q das Optimum erreicht!

- Auswahl der Pumpe

$$H_p(Q_{opt}) = H_A$$

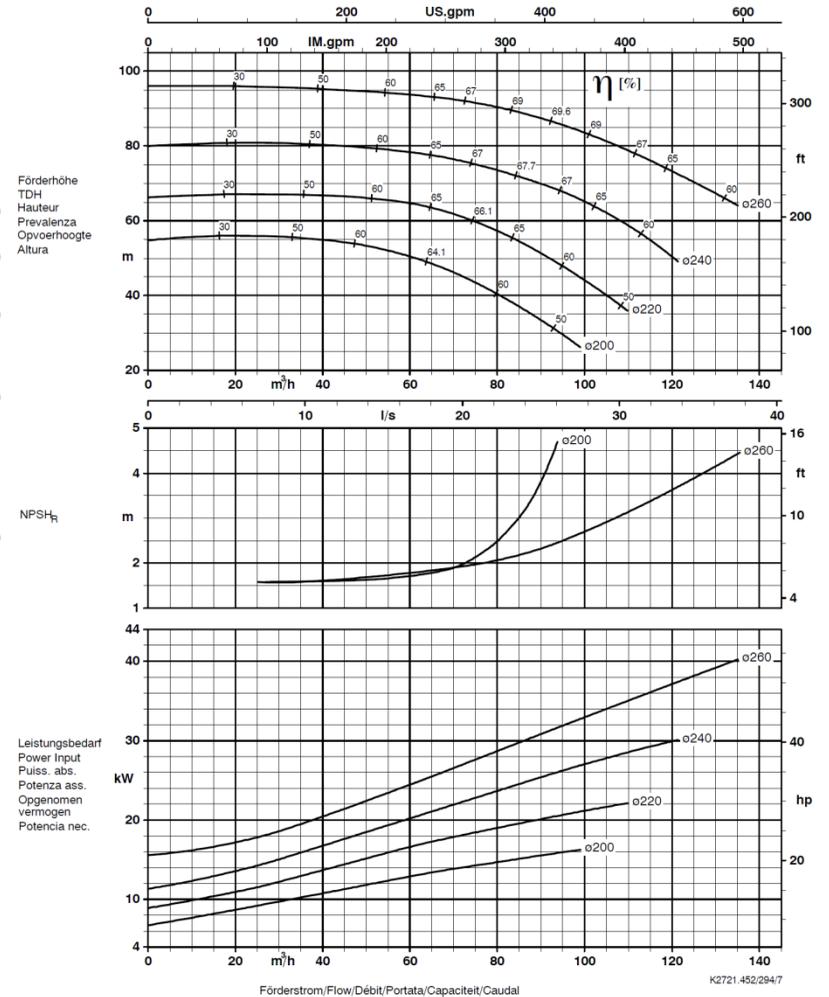
keine Toleranzen, keine Sicherheitszuschläge

- u.U. Anpassung der Kennlinie durch Abdrehen

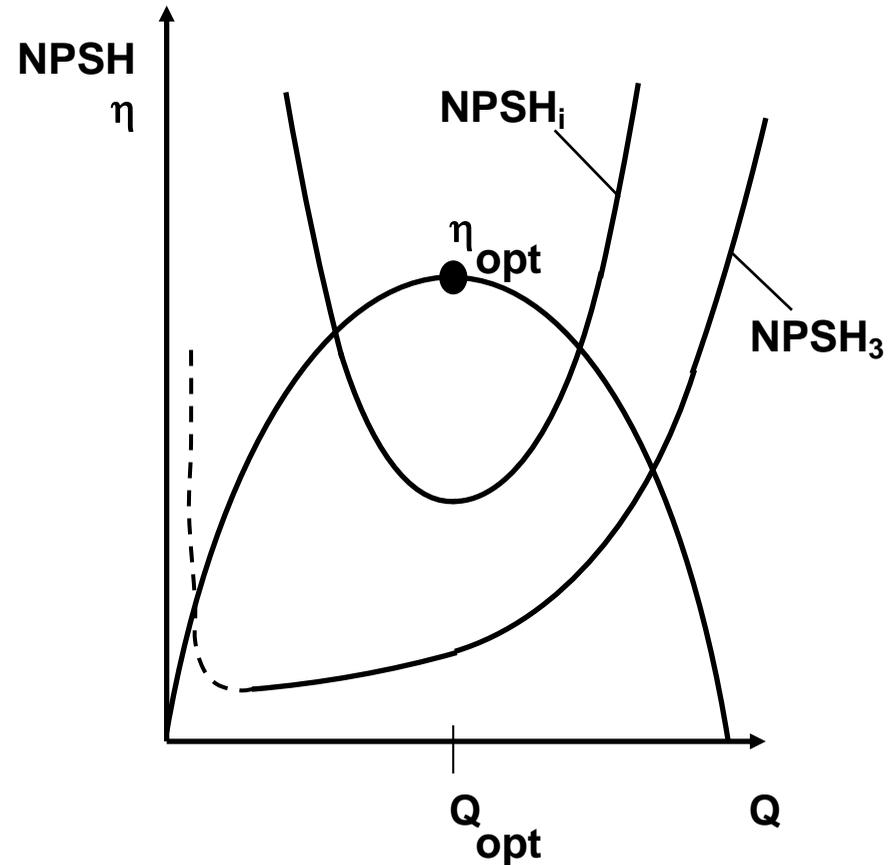
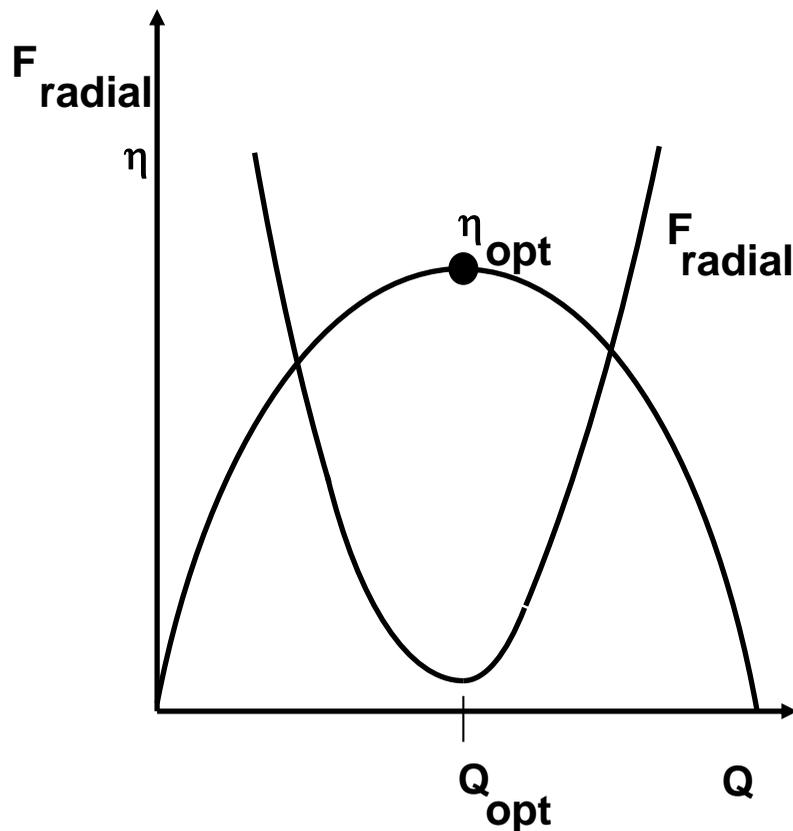


Quelle: KSB

Baureihe-Größe Type-Size Modèle CPK-D / CPKN 65-250 Magnochem / -Bloc Secochem-Ex, HPK-L	Tipo Serie Tipo CPK-D / CPKN 65-250 Magnochem / -Bloc Secochem-Ex, HPK-L	Nennzahlzahl Nom. speed Vitesse nom.	Velocità di rotazione nom. Nominal torontal Revolutions nom.	Laufrad-Ø Impeller Dia. Diamètre de roue	Ø Girante Ø Waiser Ø Rodete	 KSB Aktiengesellschaft Postfach 1361 91253 Pegnitz Bahnhofplatz 1 91257 Pegnitz
Projekt Project Project	Progetto Project Proyecto	Angebots-Nr. Project No. No. de l'offre	Offerta-No. Offerter. Offerta-No.	Pos.-Nr. Item No. No. de pos.	Pos.-Nr. Position. Pos.-Nr.	



Was passiert, wenn die Pumpe nicht im Optimalpunkt fährt?



Ausserhalb des Optimalpunktes:

Schlechter Betriebspunkt

Hohe Radialkraft

Kavitation

➡ Energieverschwendung

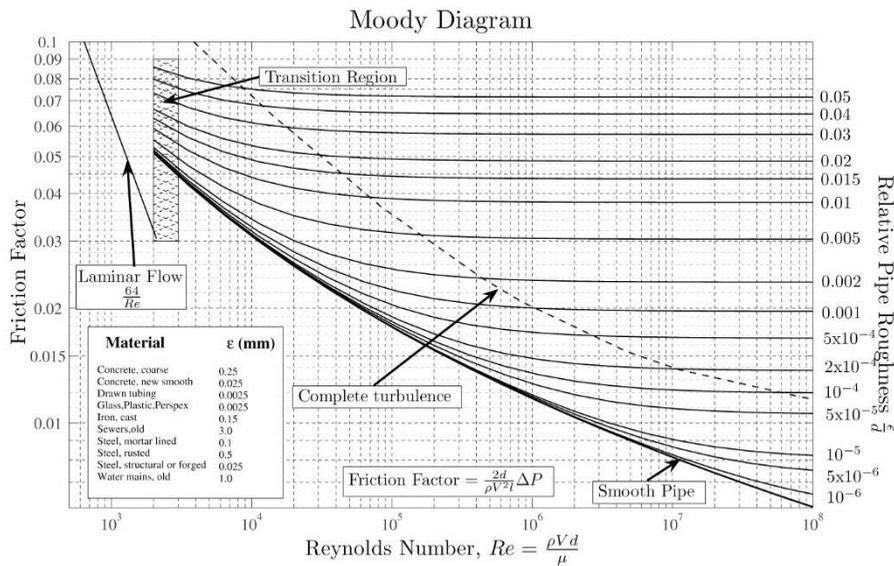
➡ Zerstörung der Gleitringdichtungen und Lager

➡ Zerstörung der Hydraulik

Berechnung der Druckhöhenverluste:

prinzipiell:
$$H_v = \zeta \frac{v^2}{2g}$$

1. Gerade Rohre:
$$\zeta = \frac{\lambda L}{D}$$



Rohre aus	Zustand der Innenwand	1 μ m	5	10	50	100	500	1000	5000	10 ⁴
Stahl	neu, nahtlos									
	Walzhaut gebleicht verzinkt									
	Walzhaut bitumiert galvanisiert zementiert									
	längsgeschweißt,									
	genietet									
	alt, mäßig verrostet leicht verkrustet stark verkrustet nach Reinigung									
Asbestzement	neu									
Ton (Drainage)	neu									
Beton	neu, roh mit Glattstrich									
Schleuderbeton	neu, roh mit Glattstrich									
Stahlbeton alle Betone	neu, mit Glattstrich alt, mit Glattstrich									
Metallrohre	blankgezogen									
Glas, Kunststoff										
Gummischlauch	neu, nicht versprödet									
Holz	neu									
Mauerwerk	nach langem Wasserbetrieb									

k in mm → 0,001 0,005 0,01 0,05 0,1 0,5 1 5 10

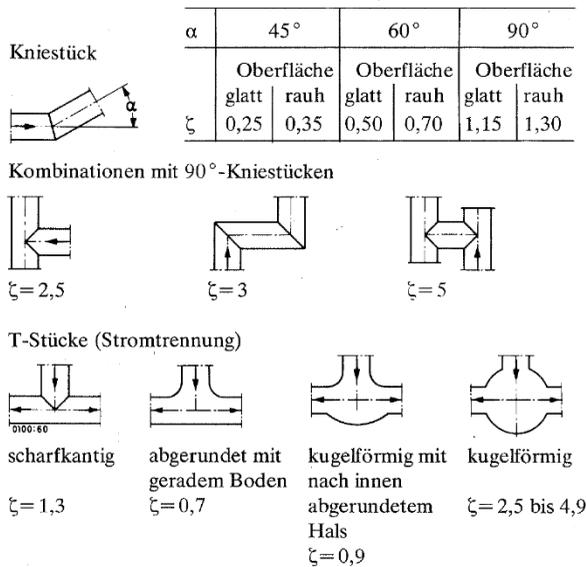
Die ζ -Werte für neuwertige Gusseisenrohre können auf andere Materialien umgerechnet werden:

$$\zeta_2 = \zeta_G \cdot \mu$$

neuer, gewalzter Stahl $\mu = 0,8$
 Guss, inkrustiert: $\mu = 1,7$ (anderer Querschnitt)
 Stahl, angerostet $\mu = 1,25$
 Kunststoff: $\mu = 0,7 - 0,9$

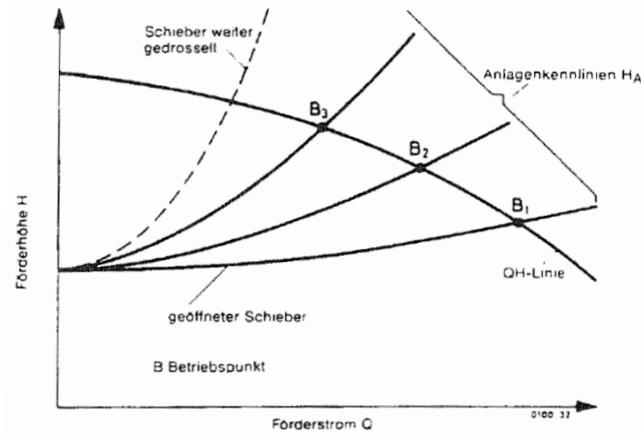
2. Armaturen und Formstücke:

- Verlustbeiwert ζ hängt stark von der Bauart ab
- Für Standardbauarten gibt es Tabellen bzw. Formeln – ansonsten: Herstellerangaben

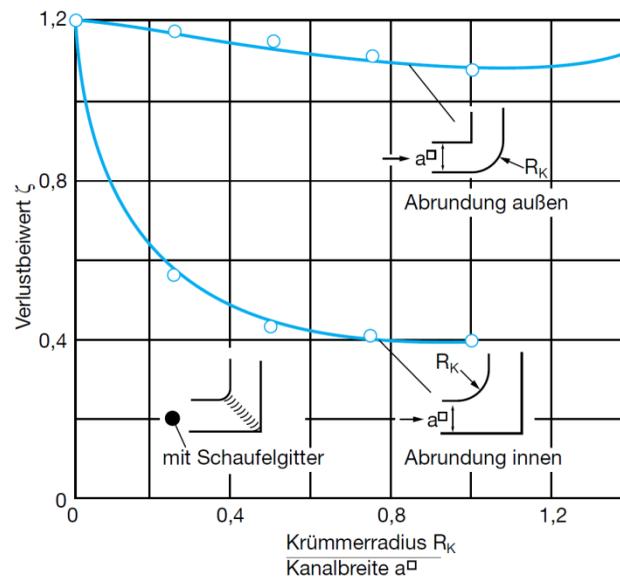


Darstellung von Formstücken mit zugehörigen Verlustbeiwerten

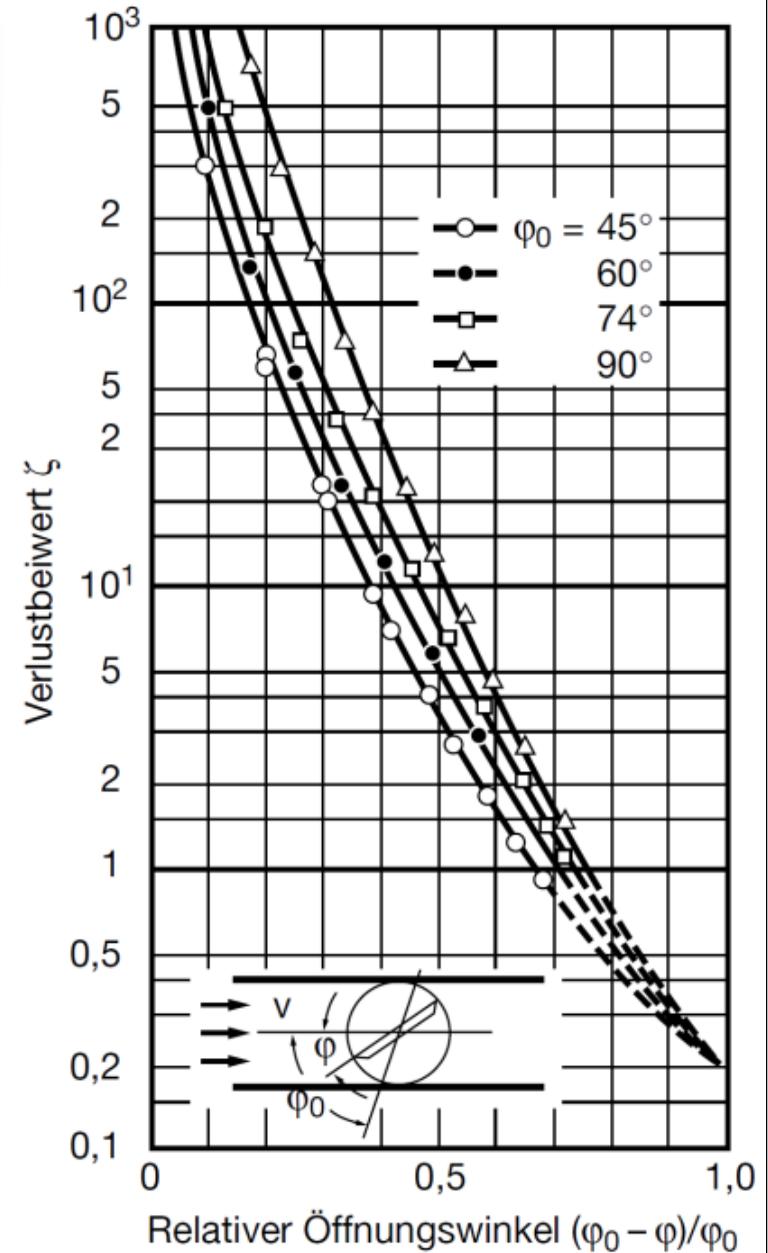
Quelle: KSB



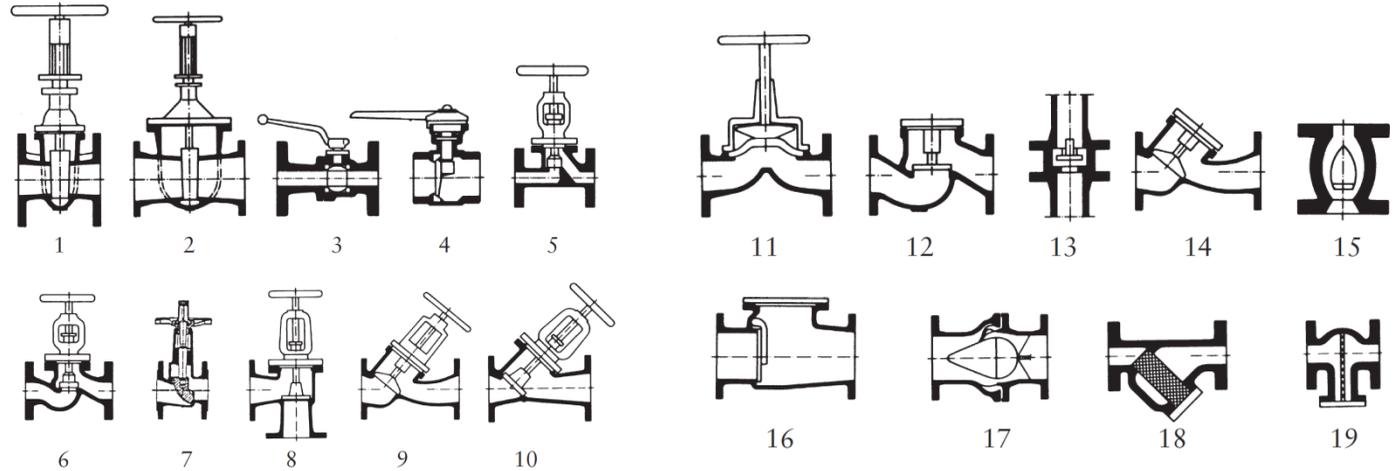
Verschiebung des BP durch Drosselung



Einfluss der Ausrundung von konkaver und konvexer Seite auf den Verlustbeiwert von Krümmern mit quadratischem Querschnitt



Bauformen von Armaturen



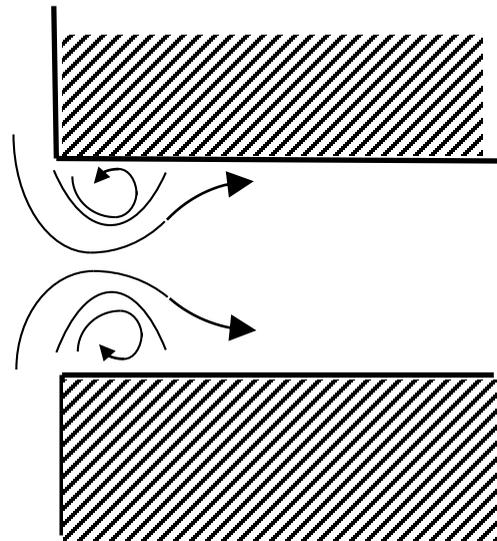
Verlustbeiwerte ζ in Armaturen (bezogen auf die Strömungsgeschwindigkeit am Anschlussquerschnitt)

Art der Armatur	Bauform	Verlustbeiwert ζ bei DN =																			Anmerkung			
		15	20	25	32	40	50	65	80	100	125	150	200	250	300	400	500	600	800	1000				
Absperrarmaturen	Flachschieber ($d_E = DN$)	min	1	0,1	←																	0,1	} bei $d_E < DN$ siehe Fußnote 1)	
	max	1	0,65	0,6	0,55	0,5	0,5	0,45	0,4	0,35	0,3	←										0,3		
	Rundschieber ($d_E = DN$)	min	2					0,25	0,24	0,23	0,22	0,21	0,19	0,18	0,17	0,16	0,15	0,13	0,12	0,11	0,11	} bei $d_E < DN$ $\zeta = 0,4$ bis 1,1		
	max	2					0,32	0,31	0,30	0,28	0,26	0,25	0,23	0,22	0,20	0,19	0,18	0,16	0,15	0,14				
	Hähne ($d_E = DN$)	min	3	0,10	0,10	0,09	0,09	0,08	0,08	0,07	0,07	0,06	0,05	0,05	0,04	0,03	0,03	0,02				} bei $d_E < DN$ $\zeta = 0,4$ bis 1,1		
	max	3	0,15	←																	0,15			
	Klappen	PN 2,5 ÷ 10	min	4					0,90	0,59	0,38	0,26	0,20	0,14	0,12	0,09	0,06	←				0,06	} * auch bei PN 40	
		max	4						1,20	1,00	0,80	0,70	0,62	0,56	0,50	0,42	0,40	0,37	0,33	0,33	0,33	0,30		0,28
		PN 16 ÷ 25	min	4					2,04	1,80	1,55	1,30	1,08	0,84	0,75	0,56	0,48	0,40	←				0,40	
		max	4						2,50*	2,30*	2,10*	1,90*	1,70*	1,50*	1,30	1,10	0,90	0,83	0,76	0,71	0,67*	0,63*		
	Ventile, geschmiedet	min	5			6,0	↔		6,0															
max	5				6,8	↔		6,8																
Ventile, gegossen	min	6	3,0	←																	3,0	} bei Optimierung $\zeta = 2$ bis 3 erreichbar		
max	6		6,0	←																	6,0			
Compactventile	min	7	0,3	0,4	0,6	0,6	1,0	1,1	←						1,1									
max	7		0,3	0,9	1,9	←		1,9	2,2	2,2	2,3	2,5	2,5											
Eckventile	min	8	2,0	←																	2,0			
	max		8	3,1	←		3,1	3,4	3,8	4,1	4,4	4,7	5,0	5,3	5,7	6,0	6,3	6,6						
Schrägsitzventile	min	9	1,5	←																	1,5			
	max		9	2,6	←																		2,6	
Freiflußventile	min	10	0,6	←																	0,6			
	max		10	1,6	←																		1,6	
Membranventile	min	11	0,8	←											0,8									
	max		11	2,7	←											2,7								

Quelle: KSB

Eintrittsverlust:

$$\zeta = 0,5$$



wegen Einschnürung

Austrittsverlust:

$$\zeta = 1$$

Kinetische Energie geht verloren bei
Austritt ins Freie oder in Behälter
am Austritt nicht doppelt zählen



Weitere Bedingungen:

1. Motorleistung und Pumpenleistung müssen zusammenpassen
2. Saugverhältnisse von Pumpe und Anlage müssen zusammenpassen

ad 1. • **Pumpenleistung:**

$$P_P = \frac{\rho g Q H}{1000 \eta} = \frac{\rho \left[\frac{kg}{dm^3} \right] \cdot Q \left[\frac{m^3}{h} \right] \cdot H [m]}{367 \cdot \eta} [kW]$$

Alternative: Leistung aus Pumpenkennfeld ablesen ($\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$)
gegebenenfalls Umrechnung auf andere Dichte

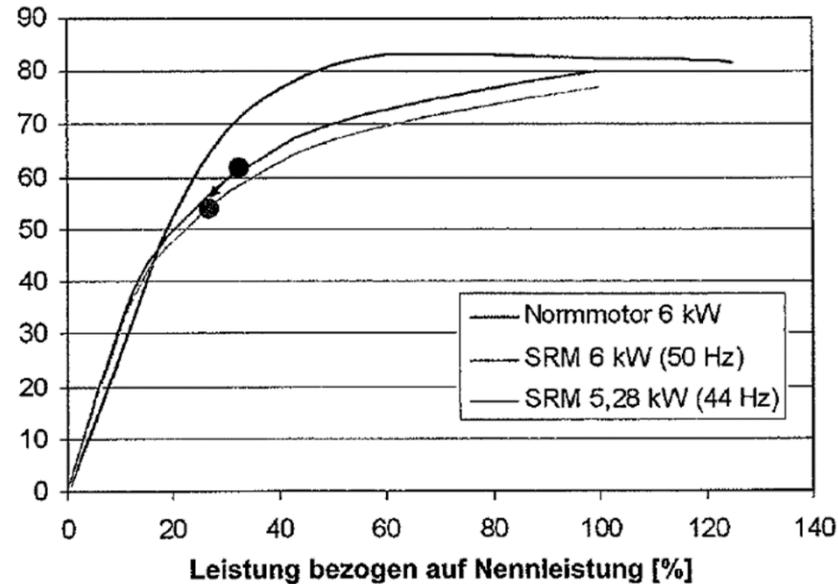
• **Motorleistung:**

Sicherheitszuschläge

$\leq 7,5 \text{ kW}$	$7,5 - 40 \text{ kW}$	$> 40 \text{ kW}$
20 %	15 %	10 %

Achtung: zulässige Lagerbelastung des Motors einhalten!

Motor nicht zu weit überdimensionieren, weil der Motorwirkungsgrad bei Teillast stark abnimmt



SRM...Spaltrahmotor

- Einfluss der Drehzahlen:

Polzahl	2	4	6	8	10	12	14
	Bezugsdrehzahlen der Kennliniendokumentation in 1/min						
bei 50 Hz	2900	1450	960	725	580	480	415
bei 60 Hz	3500	1750	1160	875	700	580	500

Gegebenenfalls sind die **exakten** Drehzahlen einzusetzen.

ad 2. Saugverhältnisse

$$NPSH_{vorh} \geq NPSH_{erf}$$

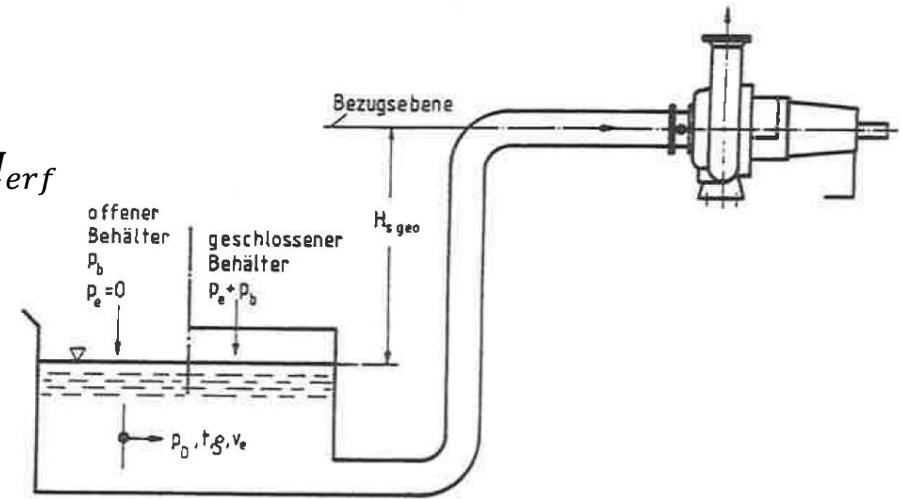
- Ansatz:
- schreibe erweiterte Bernoulli-Gleichung zwischen bekannter Stelle auf Saugseite (i.A. Eintritt) und Stelle S
 - Bezugsebene S mit $z_S = 0$

$$\begin{aligned}
 NPSH_{vorh} &= \frac{p_{tot,s} - p_D}{\rho g} \quad [m] \\
 &= \frac{p_e + p_b - p_D}{\rho g} + \frac{v_e^2}{2g} - H_{v\ e \rightarrow s} - H_{S\ geo} \quad \dots \text{Saugbetrieb} \\
 &= \frac{p_e + p_b - p_D}{\rho g} + \frac{v_e^2}{2g} - H_{v\ e \rightarrow s} + H_{Z\ geo} \quad \dots \text{Zulaufbetrieb}
 \end{aligned}$$

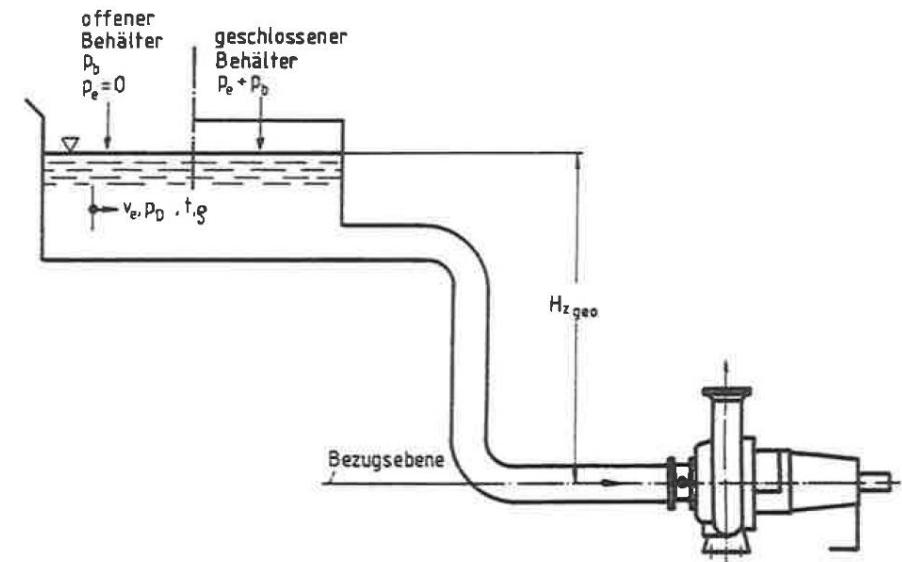
Faustregel für offene Saugbehälter:

$$NPSH_{vorh} = 10 - H_{v\ e \rightarrow s} - H_{S\ geo} \quad [m] \quad \dots \text{Saugbetrieb}$$

$$NPSH_{vorh} = 10 - H_{v\ e \rightarrow s} + H_{Z\ geo} \quad [m] \quad \dots \text{Zulaufbetrieb}$$



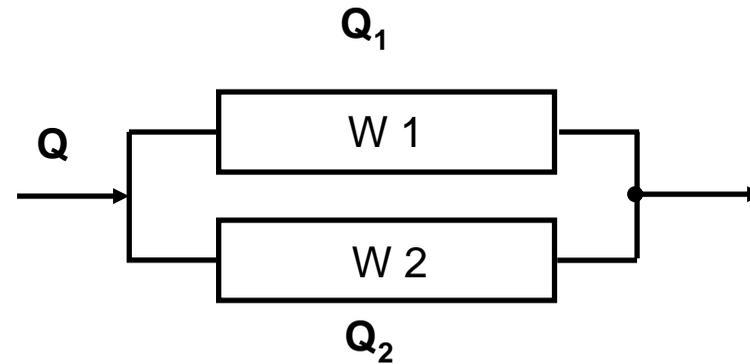
Darstellung zur Ermittlung $NPSH_{vorh}$ bei Saugbetrieb



Darstellung zur Ermittlung $NPSH_{vorh}$ bei Zulaufbetrieb

Anlagenkennlinien bei Rohrleitungsnetzen: Kirchhoff'sche Gesetze

1. Parallelschaltung



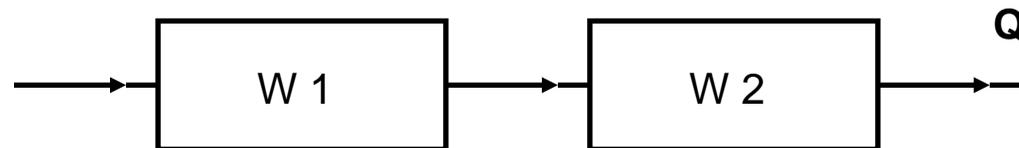
$$Q = Q_1 + Q_2$$

Kontinuität

$$\Delta p = \Delta p_1 = \Delta p_2$$

Weil an den Verzweigungspunkten über beide Teilstränge der gleiche Druck herrscht

2. Serienschaltung

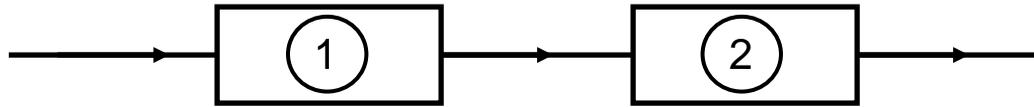


$$Q = Q_1 = Q_2$$

$$\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2$$

Widerstände addieren sich

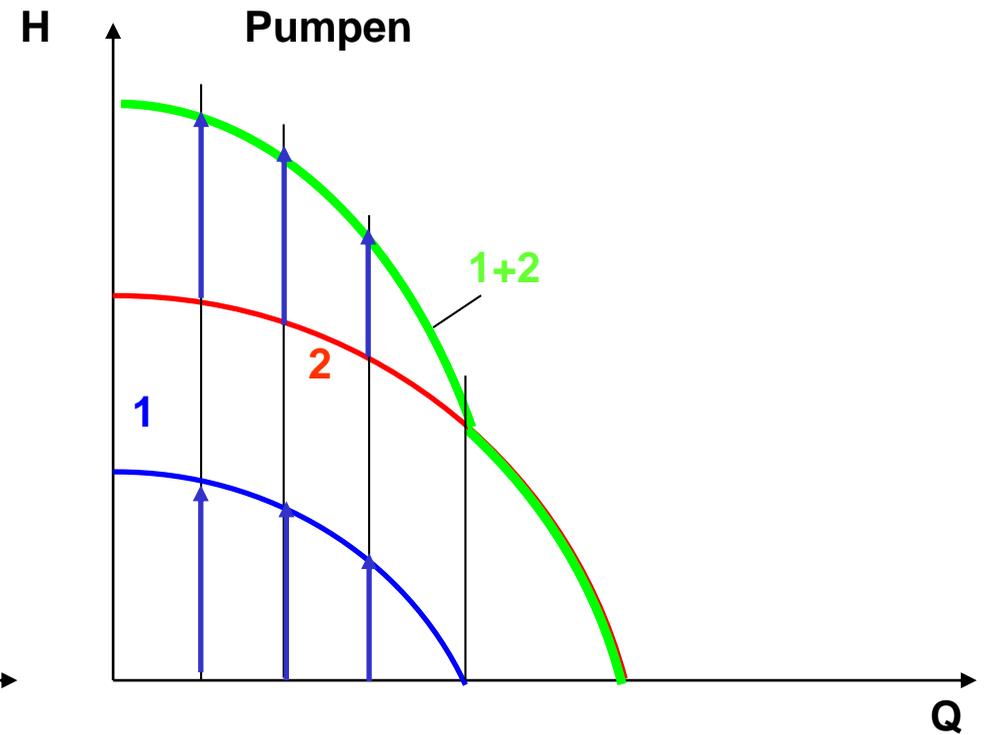
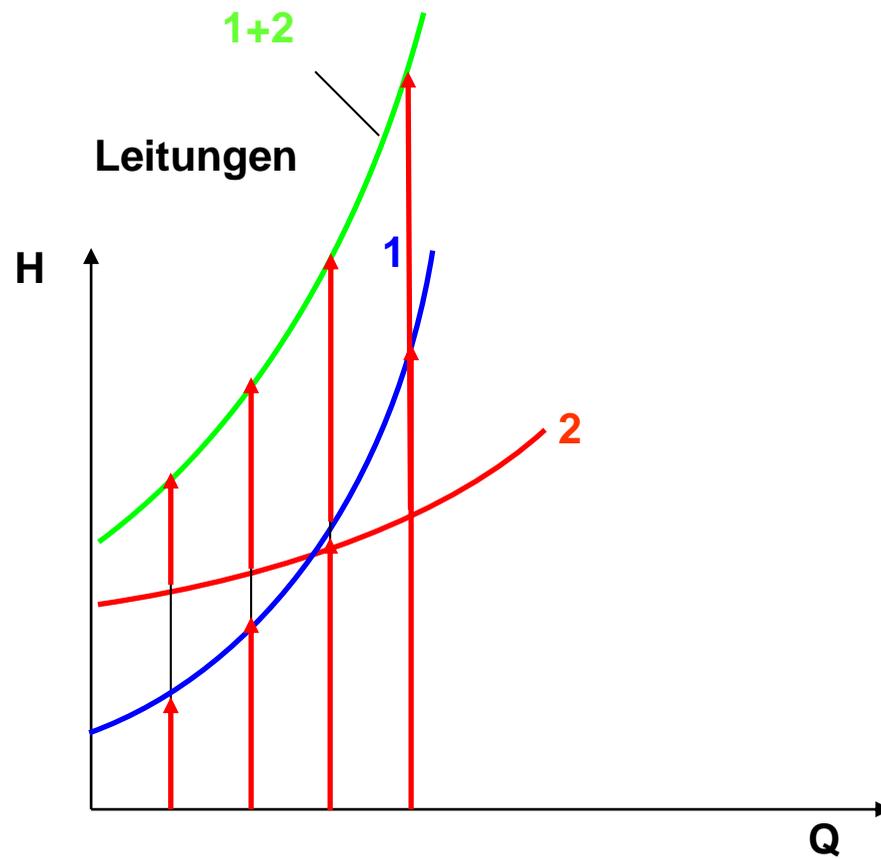
Verzweigte Rohre: Serienschaltung



$$Q = Q_1 = Q_2$$

$$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2$$

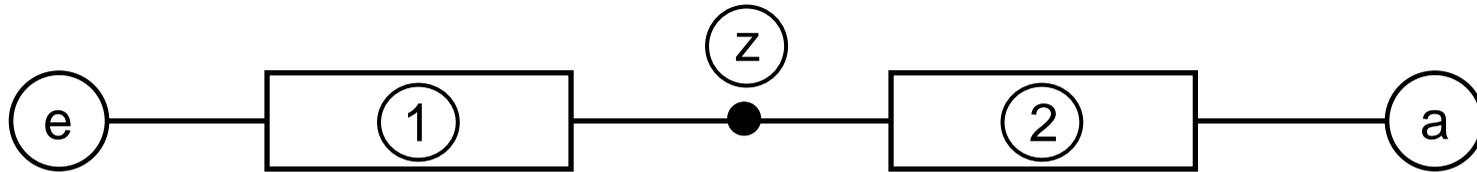
Vertikale Summation



Verzweigte Rohre: Serienschaltung

Bei der Ermittlung der Widerstände der einzelnen Rohrleitungsabschnitte braucht der statische Druck und die Kinetische Energie an inneren Schnittstellen nicht berechnet werden.

Beweis:

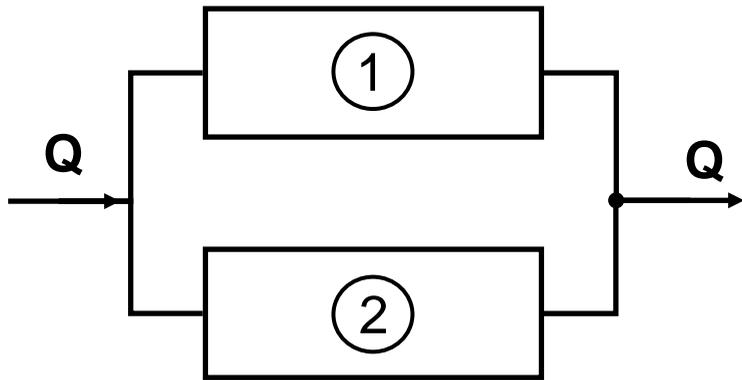


$$\begin{aligned} \Delta H &= \overbrace{\frac{p_z - p_e}{\rho \cdot g} + z_z - z_e + \frac{v_z^2 - v_e^2}{2 \cdot g} + \sum H_{V1}}^{\Delta H_1} + \overbrace{\frac{p_a - p_z}{\rho \cdot g} + z_a - z_z + \frac{v_a^2 - v_z^2}{2 \cdot g} + \sum H_{V2}}^{\Delta H_2} = \\ &= \frac{p_a - p_e}{\rho \cdot g} + z_a - z_e + \frac{v_a^2 - v_e^2}{2 \cdot g} + \sum H_{V1} + \sum H_{V2} \end{aligned}$$

Es reicht also: $\Delta H_1 \approx \Delta H_{1 \text{ red}} = \frac{-p_e}{\rho \cdot g} - z_e + \frac{-v_e^2}{2 \cdot g} + \sum H_{V1}$

$$\Delta H_2 \approx \Delta H_{2 \text{ red}} = \frac{p_a}{\rho \cdot g} + z_a + \frac{v_a^2}{2 \cdot g} + \sum H_{V2}$$

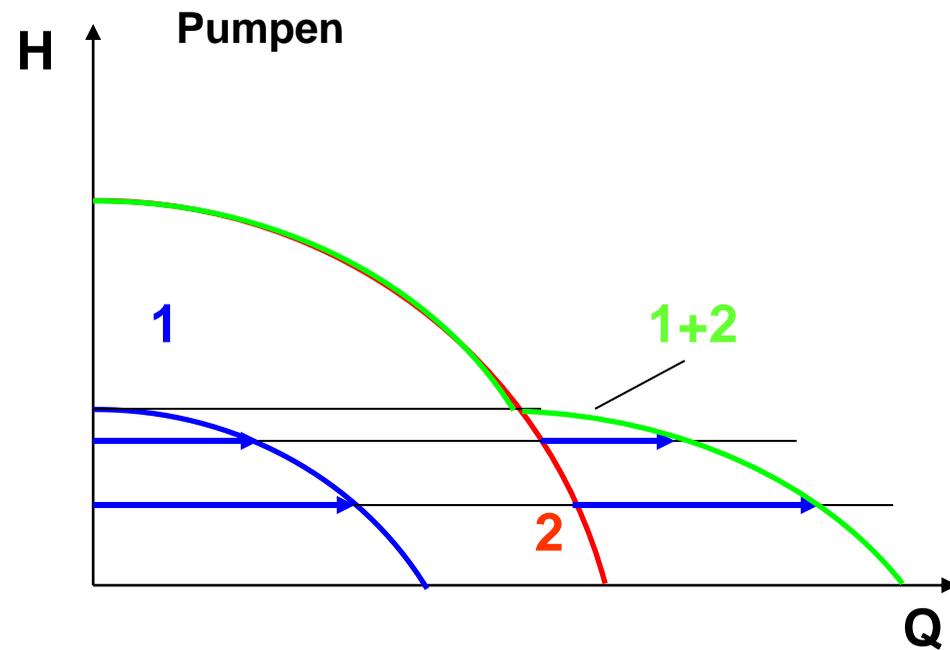
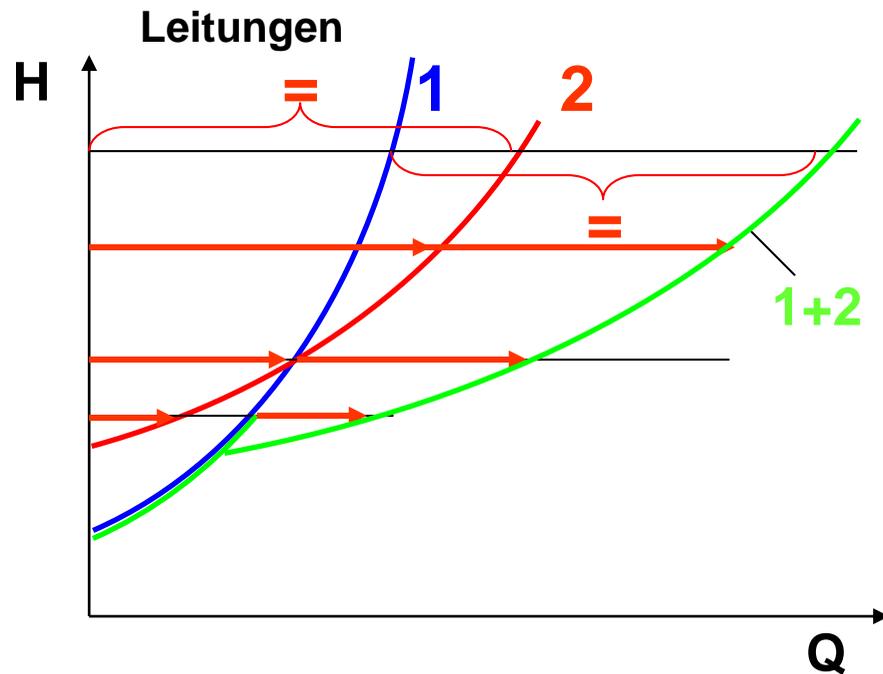
Verzweigte Rohre: Parallelschaltung



$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$\Delta H = \Delta H_1 = \Delta H_2$$

horizontale Summation



Verzweigte Rohre: Parallelschaltung

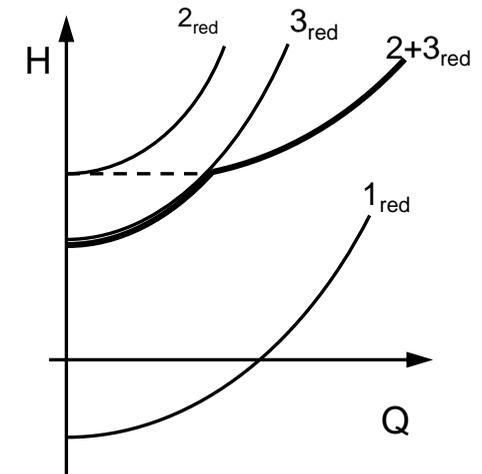
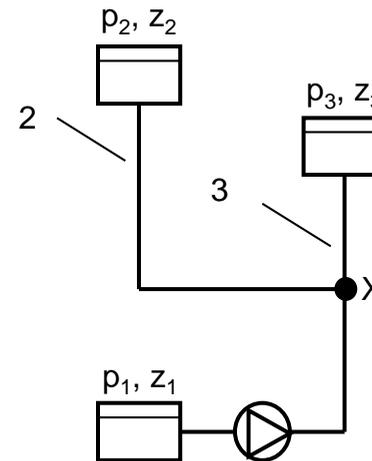
Bei der Ermittlung der Widerstände der einzelnen Rohrleitungsabschnitte braucht der statische Druck und die Kinetische Energie am inneren Schnitt nicht berechnet zu werden.

Beweis:

$$\text{Ltg. 1: } H_1 = \frac{p_X - p_1}{\rho \cdot g} + z_X - z_1 + \frac{v_X^2 - v_1^2}{2 \cdot g} + \sum H_{V1}(Q^2)$$

$$\text{Ltg. 2: } H_2 = \frac{p_2 - p_X}{\rho \cdot g} + z_2 - z_X + \frac{v_2^2 - v_{X2}^2}{2 \cdot g} + \sum H_{V2}(Q_2^2)$$

$$\text{Ltg. 3: } H_3 = \frac{p_3 - p_X}{\rho \cdot g} + z_3 - z_X + \frac{v_3^2 - v_{X3}^2}{2 \cdot g} + \sum H_{V3}(Q_3^2)$$



$$\text{Ltg. 2 + 3: } H_{2/3} = \frac{p_3 - p_X}{\rho \cdot g} + z_3 - z_X + \frac{v_3^2 - v_X^2}{2 \cdot g} + \begin{cases} \sum H_{V3}(Q_3^2) & \text{für } H_{2/3} \leq \frac{p_2 - p_X}{\rho \cdot g} + z_2 - z_X \\ \sum H_{V2/3}(Q_2 + Q_3)^2 & \text{für } H_{2/3} \geq \frac{p_2 - p_X}{\rho \cdot g} + z_2 - z_X \end{cases}$$

Wenn 1 + $\Sigma(2+3)$ in Serie geschaltet wird, heben sich wieder die x-Terme heraus.

Verzweigte Rohre: Parallelschaltung

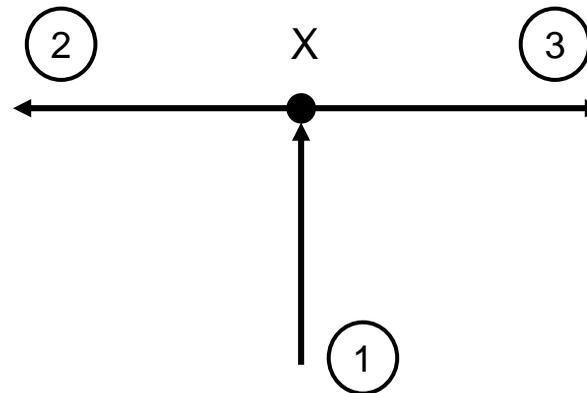
Wenn Leitung 2/3 mit Leitung 1 in Serie geschaltet wird, heben sich wieder die statische Druckhöhe $\frac{p_X - p_1}{\rho \cdot g}$, die geodätische Höhe z_X und die kinetische Energiehöhe $\frac{v_X^2}{2 \cdot g}$ heraus, weil die Verbindungsstelle x Endpunkt der Leitung 1 und Anfangspunkt der parallelgeschalteten Summenleitung (Leitung 2 + Leitung 3) ist.

Ungenauigkeit:

$$p_{X1} = p_{X2} = p_{X3}$$

$$Q_{X1} = Q_{X2} + Q_{X3}$$

$$Q_{X1}^2 = (Q_{X2} + Q_{X3})^2 \neq Q_{X2}^2 + Q_{X3}^2$$



wird aber als Abzweigverlust ζ in H_V berücksichtigt

Verzweigte Rohre: Rechenregel

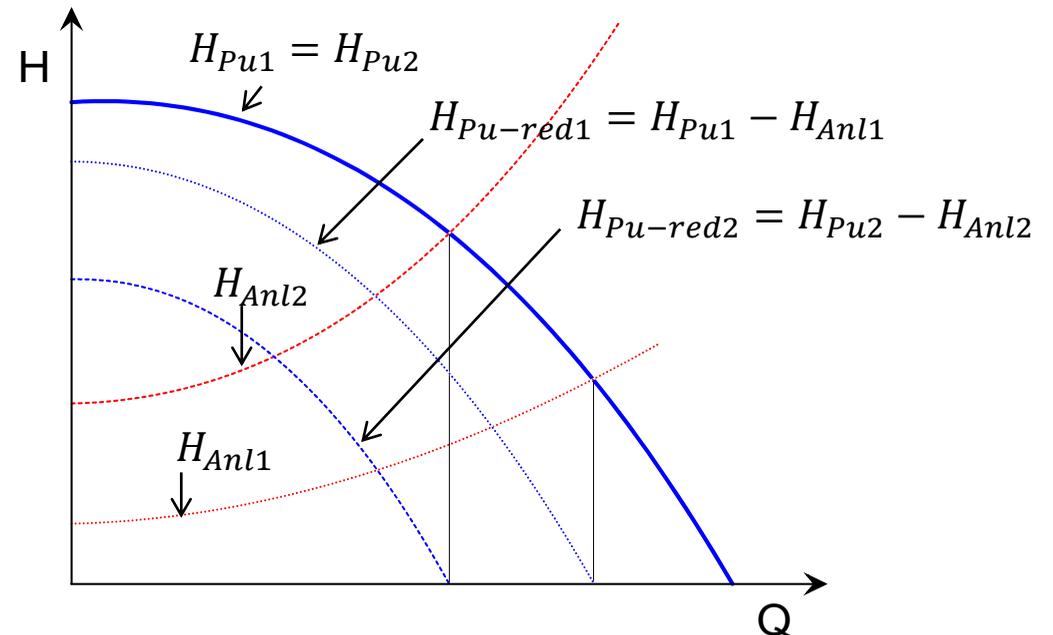
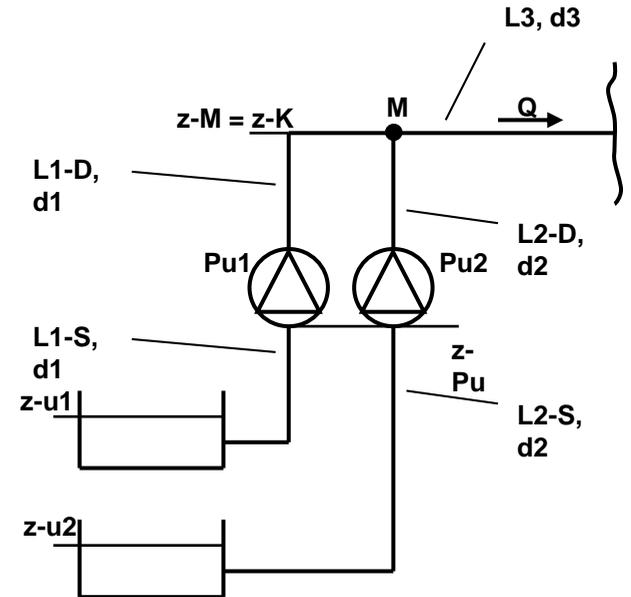
1. Betrachte Verbraucher und Pumpe separat
2. Fasse parallelgeschaltete Leitungsstränge/Pumpen zu einer Summenleitung/Summenpumpe zusammen (horizontale Summation)

Tipp 1:

Parallelgeschaltete Pumpen mit unterschiedlichen Leitungen vor/und/oder nach der Pumpe: Ermittle für jede Pumpe die reduzierte Pumpenkennlinie, d.h. subtrahiere von Pumpenkennlinien die zugehörigen Rohrleitungswiderstände \Rightarrow reduzierte Pumpenkennlinie.

Tipp 2:

Wende niemals die Ähnlichkeitsgesetze bei Drehzahlregelung auf die reduzierte Pumpenkennlinie an!



Verzweigte Rohre: Rechenregel

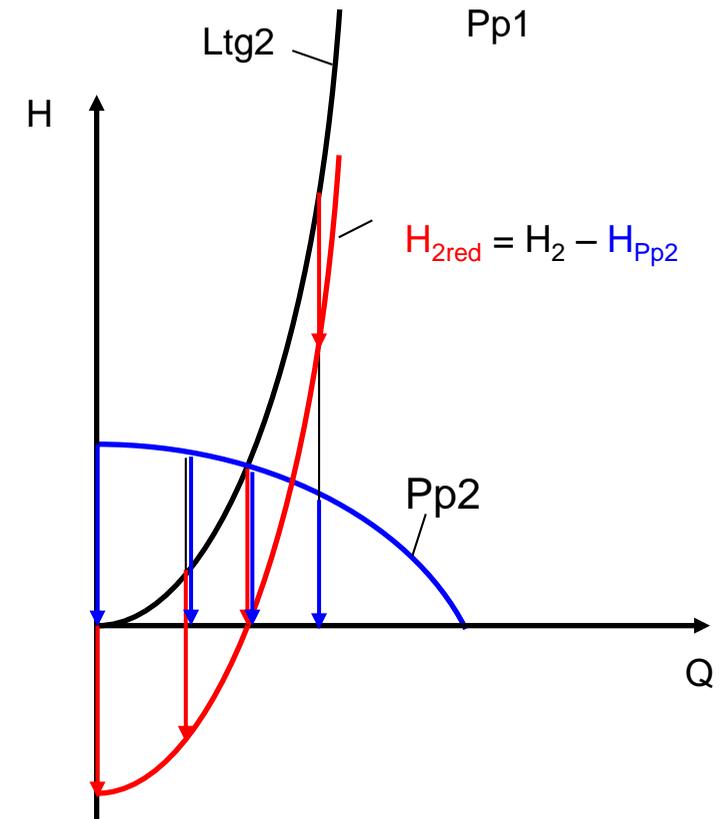
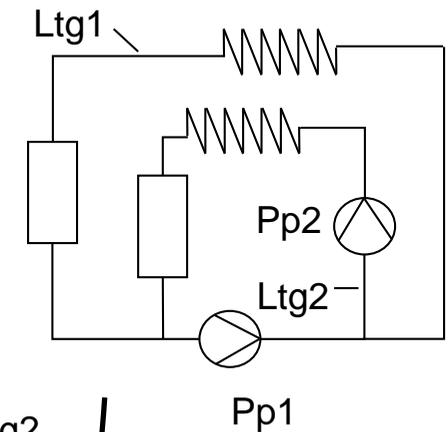
Tipp 3:

Pumpen in einem Nebenstrang, das heißt teilweise serien-
geschaltete Pumpen : Ermittle für den Nebenstrang mit Pumpe
die reduzierte Leitungskennlinie, d.h. subtrahiere von
Leitungskennlinie die Pumpenkennlinie

Tipp 4:

An inneren Schnittpunkten: statischen Druck und kinetische
Energie weglassen (s.o.)

3. Fasse seriengeschaltete Leitungsstränge/Pumpen zu einer
Summenleitung/Summenpumpe zusammen (vertikale
Summation)
4. Ermittle Betriebspunkt im Schnittpunkt der Summenleitung und
der Summenpumpe
5. Ermittle die Durchsätze durch die einzelnen Teilstränge durch
Umkehrung des Rechenwegs, d.h. durch Umkehrung der
vertikalen bzw. horizontalen Summationen.



Förderung zäher Flüssigkeiten:

- Anlage**

Rohrreibungswiderstände bei zähen Medien

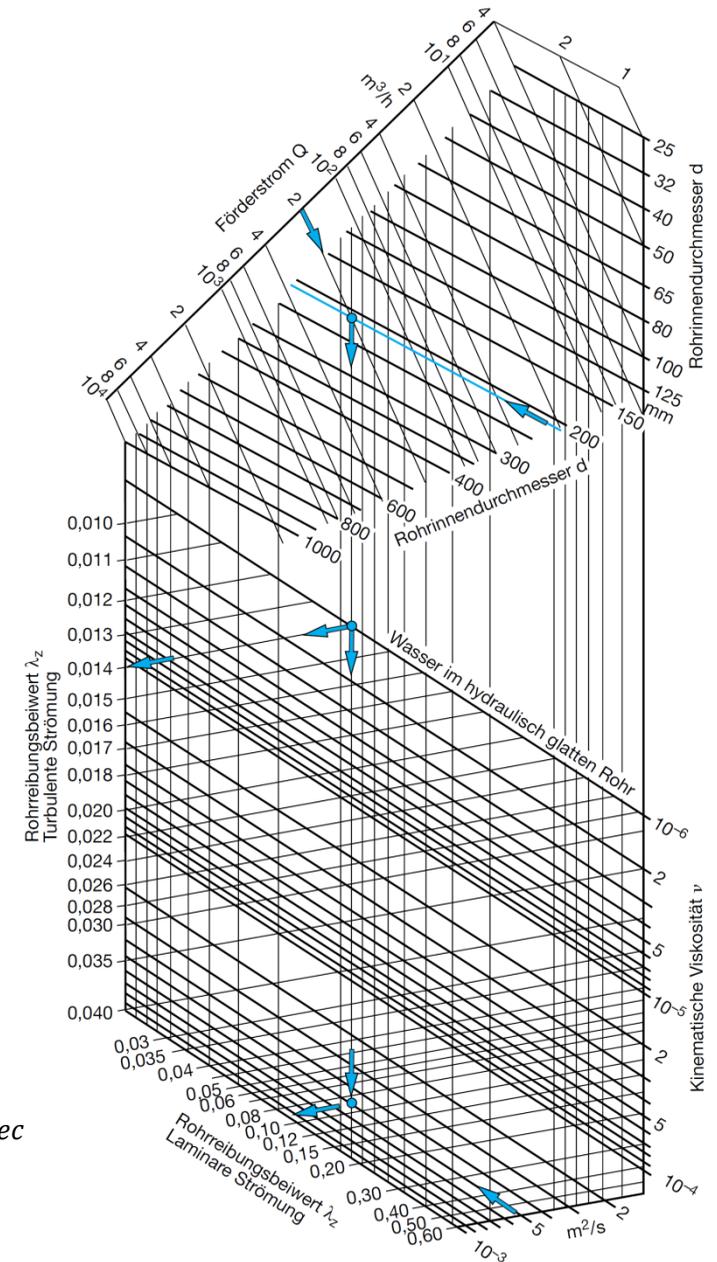
$$\frac{H_{v,Z}}{H_{v,W}} = \frac{\lambda_Z}{\lambda_W}$$

Z = zähes Medium

W = Wasser

Ermittlung des Rohrreibungsbeiwertes für zähe Medien

Beispiel: $Q = 200\text{m}^3/\text{h}$, $d = 210\text{mm}$, $\nu_z = 5 \cdot 10^{-4}\text{m}^2/\text{sec}$



Quelle: KSB

- **Pumpe**

- Förderhöhe H
- Leistung P
- Wirkungsgrad η

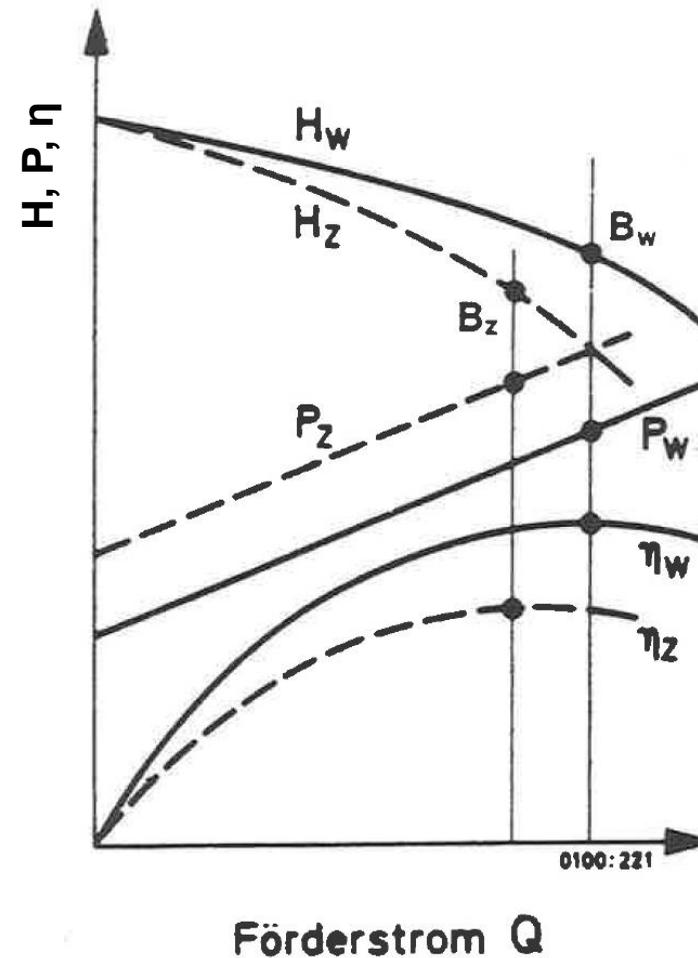
werden bei Förderung zäher Medien verändert

⇒ der Betriebspunkt „wandert“

$$H_Z = H_W \cdot f_H$$

$$Q_Z = Q_W \cdot f_Q$$

$$\eta_Z = \eta_W \cdot f_\eta$$

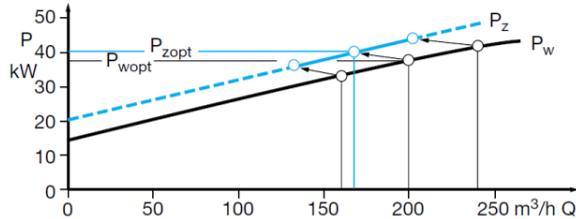
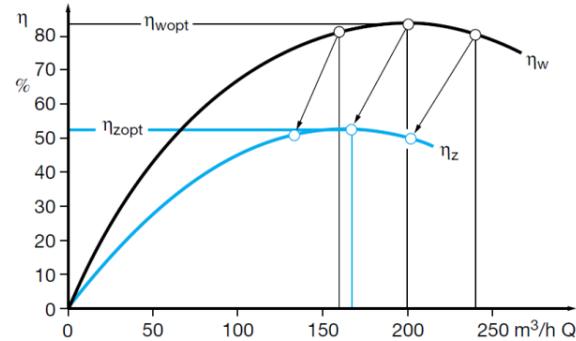
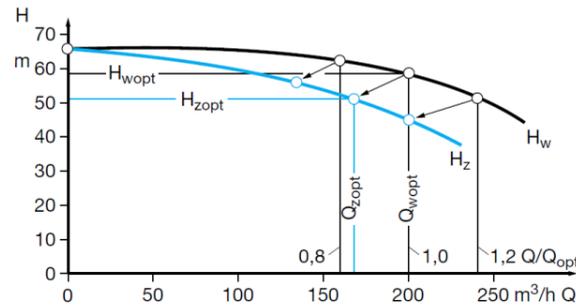


Veränderung des Betriebspunktes bei Förderung zäher Flüssigkeiten (Index Z) bzw. Wasser (Index W)

Rechenweg:

geg.: Q_W, H_W, η_W, v_Z, n

1. Ermittle Optimum aus gegebenem Pumpenkennfeld
 $Q_{opt}, H_{opt}, \eta_{opt}, n_{q,opt}$
2. Zeichne Q_{opt} in Diagramm
3. Gehe zu H_{opt} senkrecht nach oben
4. Gehe horizontal zu v_Z
5. Gehe senkrecht nach oben zu n
6. Gehe schräg/senkrecht zum f -Nomogramm
7. Lies bei richtiger n_q Linie die Werte für f_Q, f_H, f_η ab

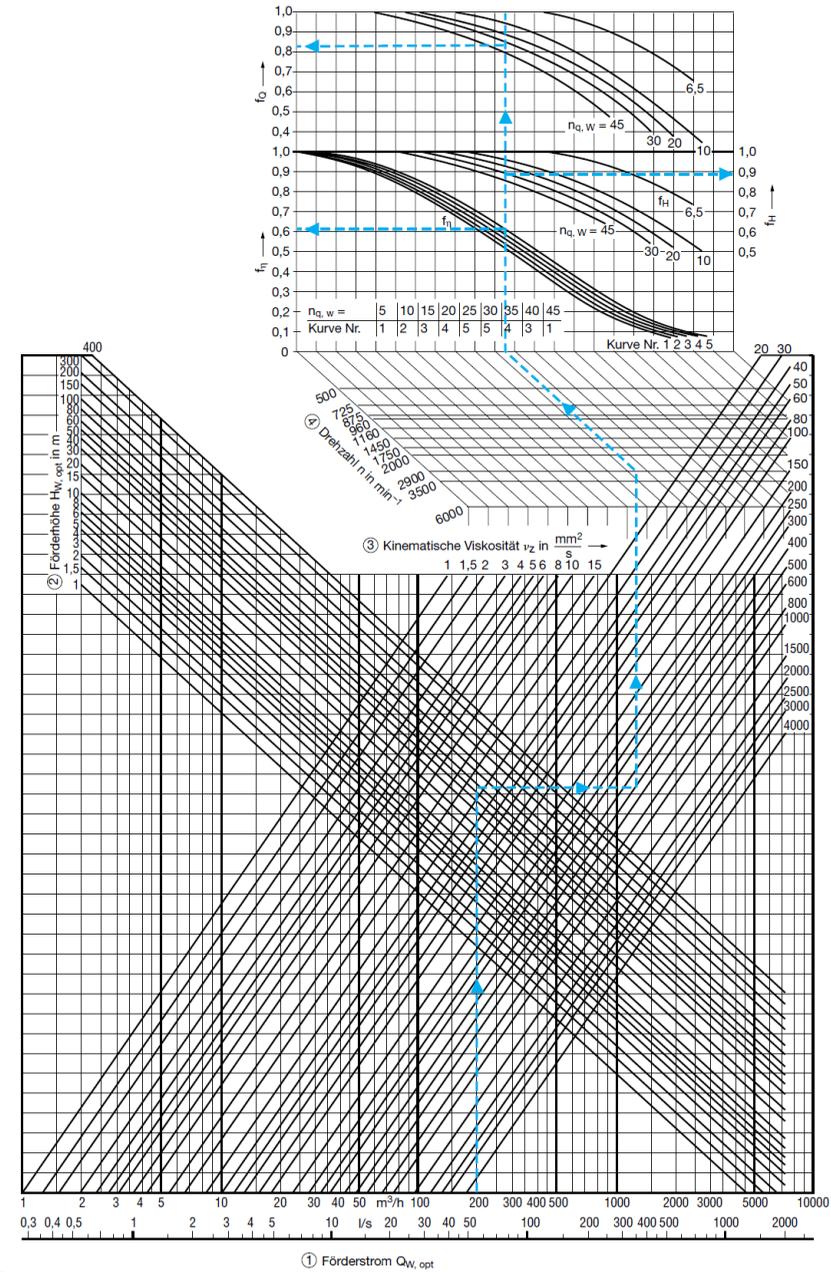


- oben: Umzeichnung der Kennlinien von Wasser auf ein zähes Medium

- rechts: Ermittlung der Korrekturfaktoren f nach dem KSB-Verfahren für ein Beispiel mit:

$$Q = 200 \text{ m}^3/\text{h}, H = 57,5 \text{ m},$$

$$n = 2900 \text{ min}^{-1}, \nu = 500 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$



Quelle: KSB

- Für die Umrechnung ganzer Kennlinien muss der Vorgang für mehrere Punkte der $H(Q)$, $\eta(Q)$ - Kennlinien wiederholt werden.
- Die Leistung kann aus
$$P = \frac{\rho g Q H}{1000 \cdot \eta} [kW]$$
 errechnet werden.
- Die Nullförderhöhe ist bei allen Medien gleich.

Druckstoßrechnung

- Entstehung:
- Beschleunigung / Verzögerung von Flüssigkeitsmasse in Rohrleitung
 - Öffnen / Schließen von Armaturen
 - Ein- / Ausschalten von Pumpen

Größe:

$$\Delta H = \frac{a}{g} \cdot \Delta c$$

$$\Delta H_{max} = \frac{a}{g} \cdot c_0 \quad \text{maximal}$$

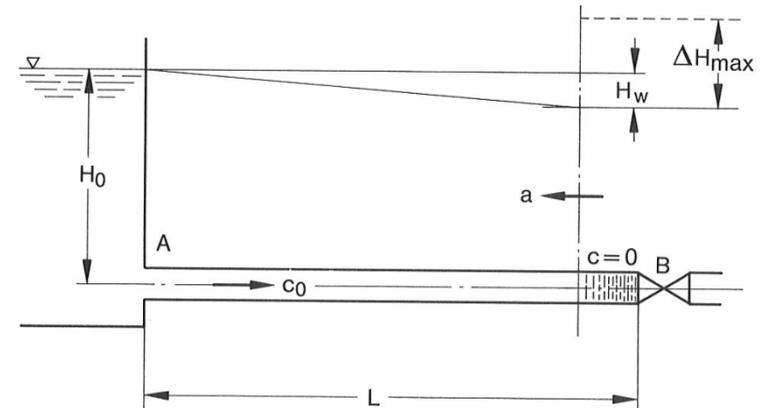
Voraussetzung:

kurze Zeitspanne

$$t_R < \frac{2 \cdot L}{a}$$

Schallgeschwindigkeit $a =$

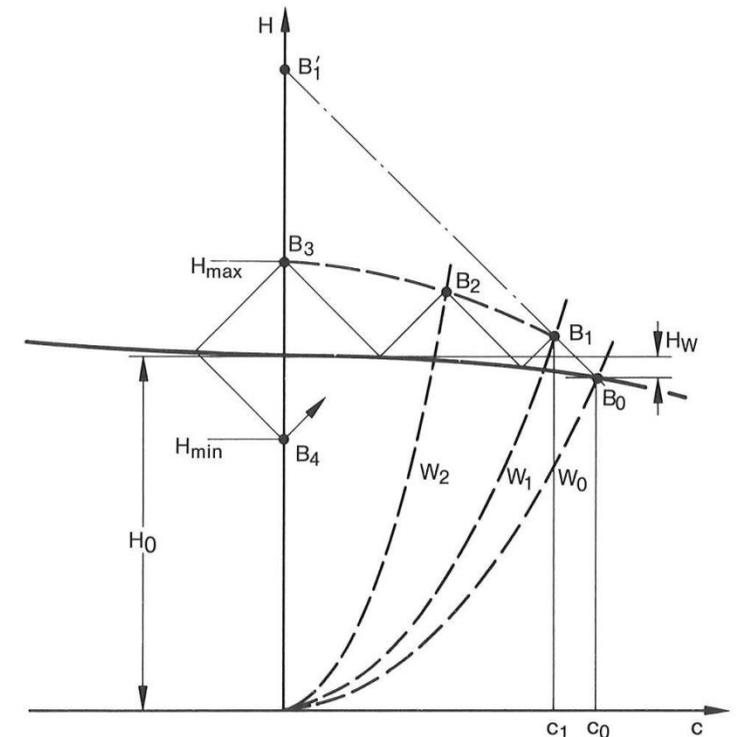
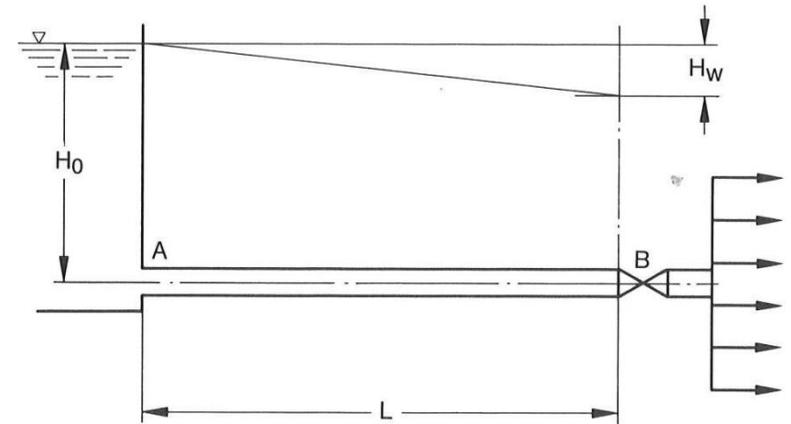
$$a = \sqrt{\frac{\frac{E_W}{\rho_W}}{1 + \frac{D}{s} \cdot \frac{E_W}{E_R}}}$$



Quelle: KSB – Lewinsky Kesslitz

Langsames Schließen

- Druck steigt entlang $\frac{a}{g}$
- nach $t = \frac{2 \cdot L}{a}$ sinkt Geschwindigkeit auf c_1 entsprechend Schließgesetz
- Schnittpunkt Druckstoßgerade mit Anlagenkennlinie
- Zu dieser Zeit: bei B trifft bei A reflektierte negative Druckwelle ein: jetzt Druckabnahme
- Reflexionen führen zu Sägezahnverlauf



Quelle: KSB – Lewinsky Kesslitz

Abschalten einer Pumpe

- Auslaufende Pumpe bietet Widerstand in der Anlage

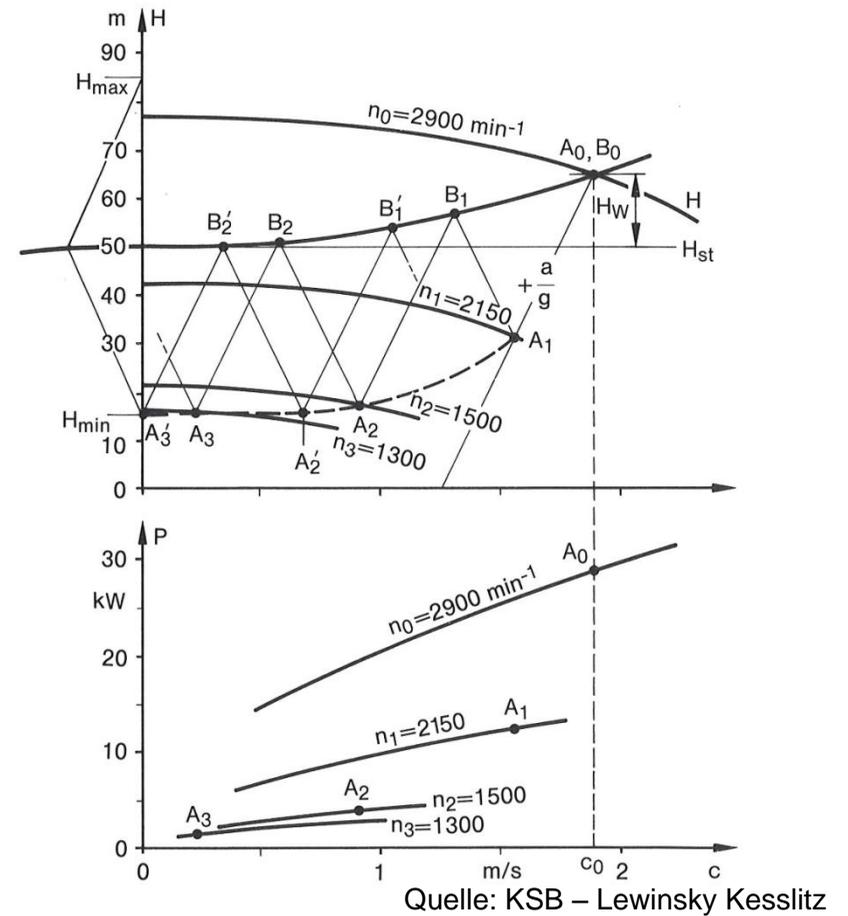
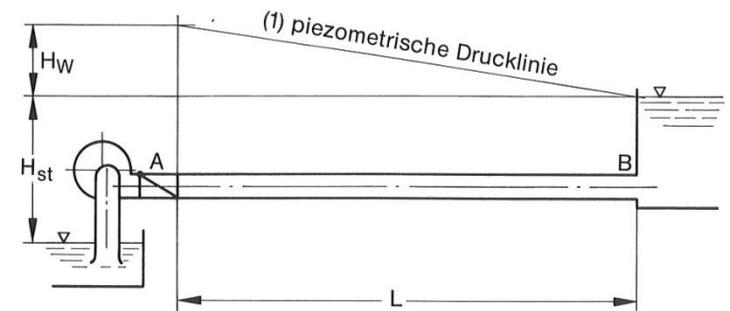
- abnehmender Druck entlang $\frac{a}{g}$

- Drehzahl n_1 aus $T = -J \cdot \frac{d\omega}{dt}$

$$\text{und } T = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta \cdot \omega}$$

- Druckanstieg bis Widerstandsparabel

- Druckabfall



$$K = f \cdot \frac{L \cdot P}{J \cdot n_i}$$

$$f = 7 - 10$$

$f \cong 7$: Teillast, langsamläufig

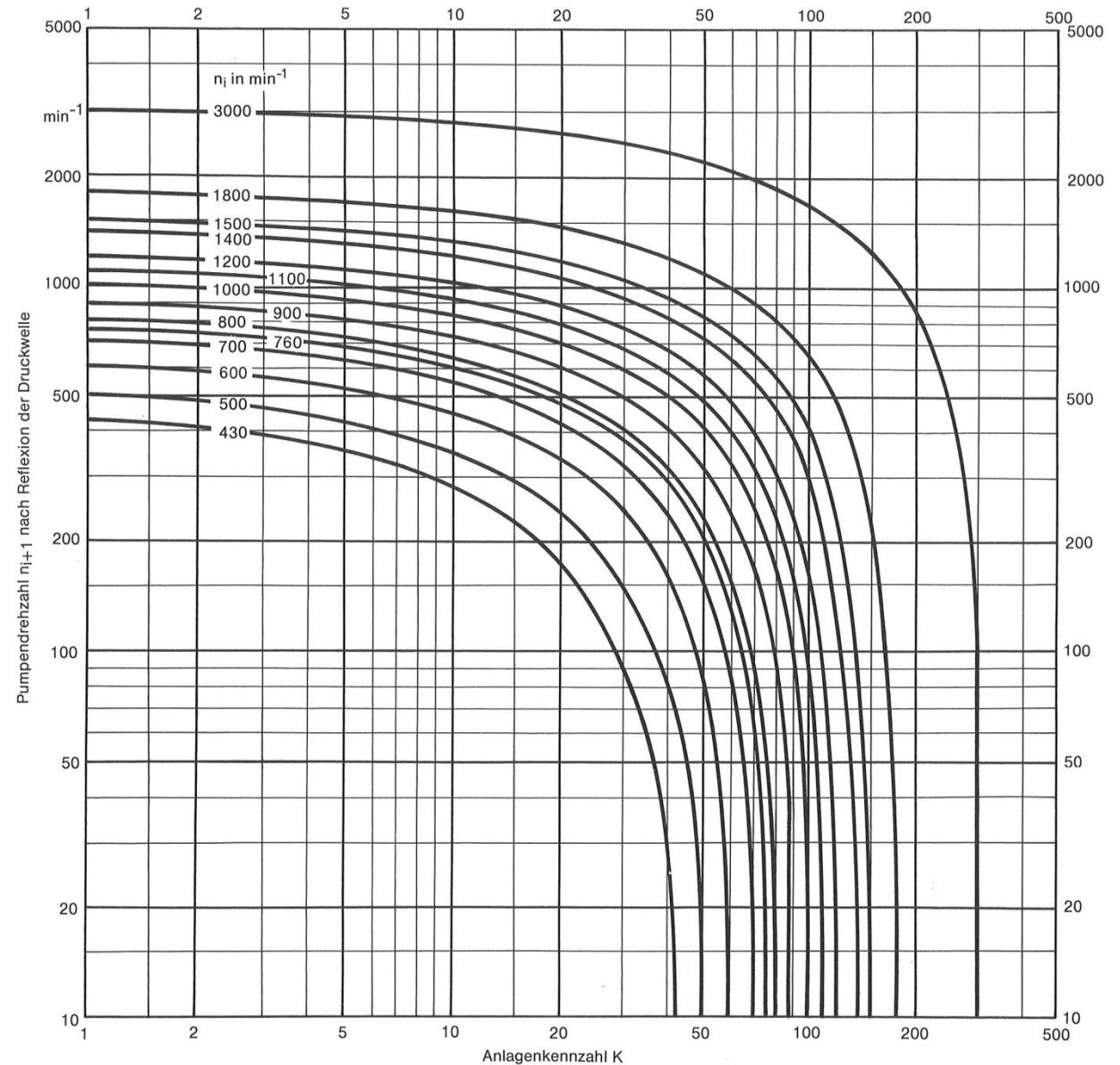
kleine a

$f \cong 10$: Überlast, schnellläufig

hohe a

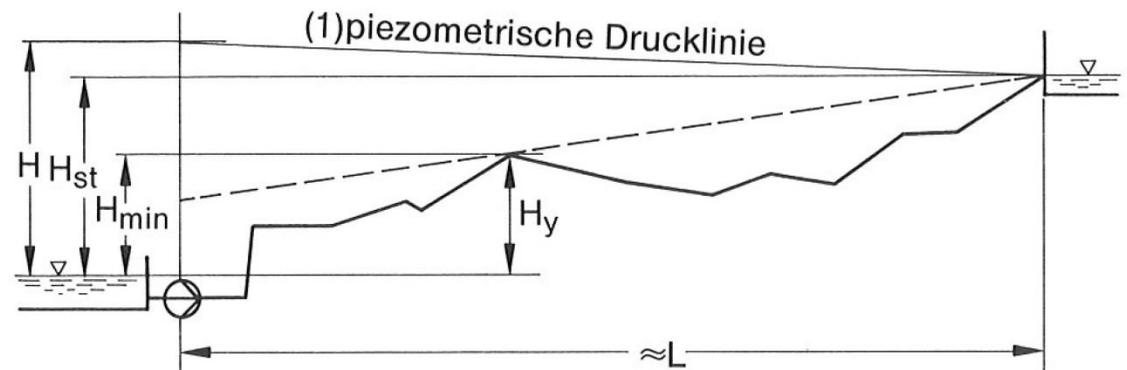
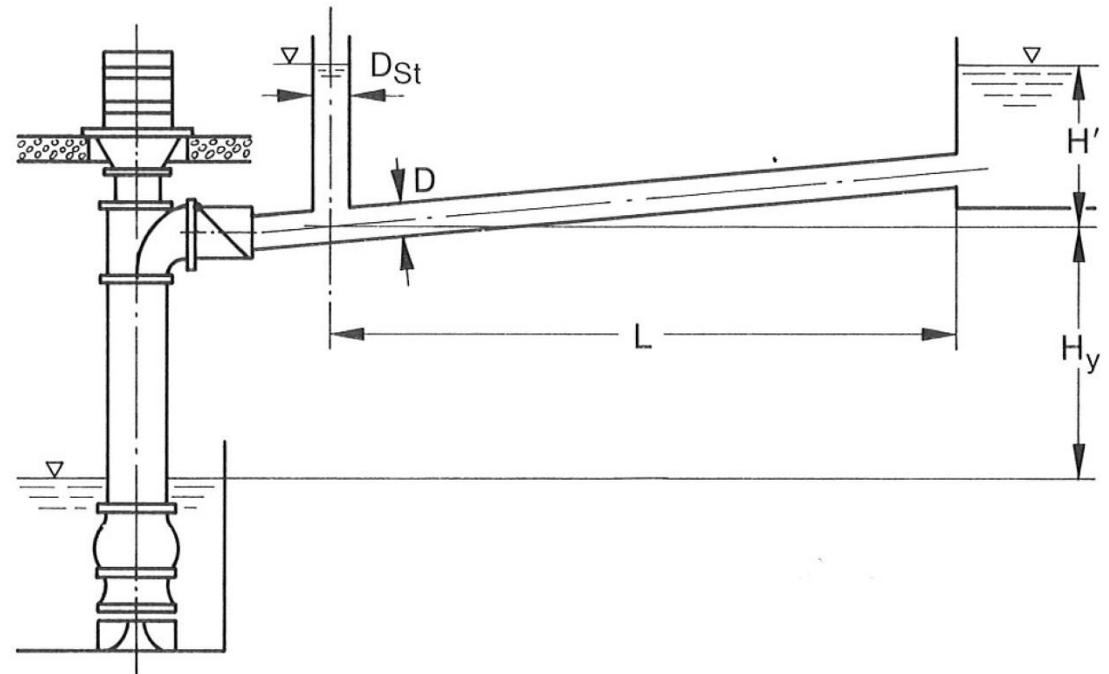
Flache K -Kurve:

keine Druckstoßgefahr



Quelle: KSB – Lewinsky Kesslitz

- Abhilfen**
- Schwungrad
 - Windkessel
 - Standrohr
 - Nachsaugvorrichtung
 - Belüftungsventil
 - Entlastungsarmaturen
 - gesteuerte Schließarmaturen
 - Berstscheibe



Quelle: KSB – Lewinsky Kesslitz

VII. Hydraulische Verluste

Allgemein

- Verluste in Strömungsmaschinen **meist nicht genau** berechenbar
 - ⇒ komplizierte Geometrien
 - ⇒ komplizierter „Verlustmechanismus“
- einfache Sonderfälle können genau untersucht werden
 - ⇒ Werkzeuge zur Beurteilung der Verluste bei komplizierten Fällen
 - ⇒ Werkzeuge zur Beeinflussung der Verluste
tendenziell, qualitativ, aber nicht quantitativ

Die Möglichkeit, Verluste klein zu halten, ist in der Praxis wichtiger als ihre genaue Berechnung

1. Druckhöhen-Verluste

a) Kanalverluste

allgemein $h_v = \zeta \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g}$ c : charakteristische Bezugsgeschwindigkeit

Verlustbeiwert $\zeta = \zeta(\text{Geometrie}, Re, \text{Rauigkeit})$

Reynolds-Zahl $Re = \frac{c \cdot L}{\nu}$ L : charakteristische Länge

Messung:	Nikuradse Rauigkeit durch aufgeklebte Sandkörner	Moody technische Rauigkeit
----------	--	--------------------------------------

Formel: **Prandtl – Colebrook**

glatt $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \log(Re \cdot \sqrt{\lambda}) - 0,8$

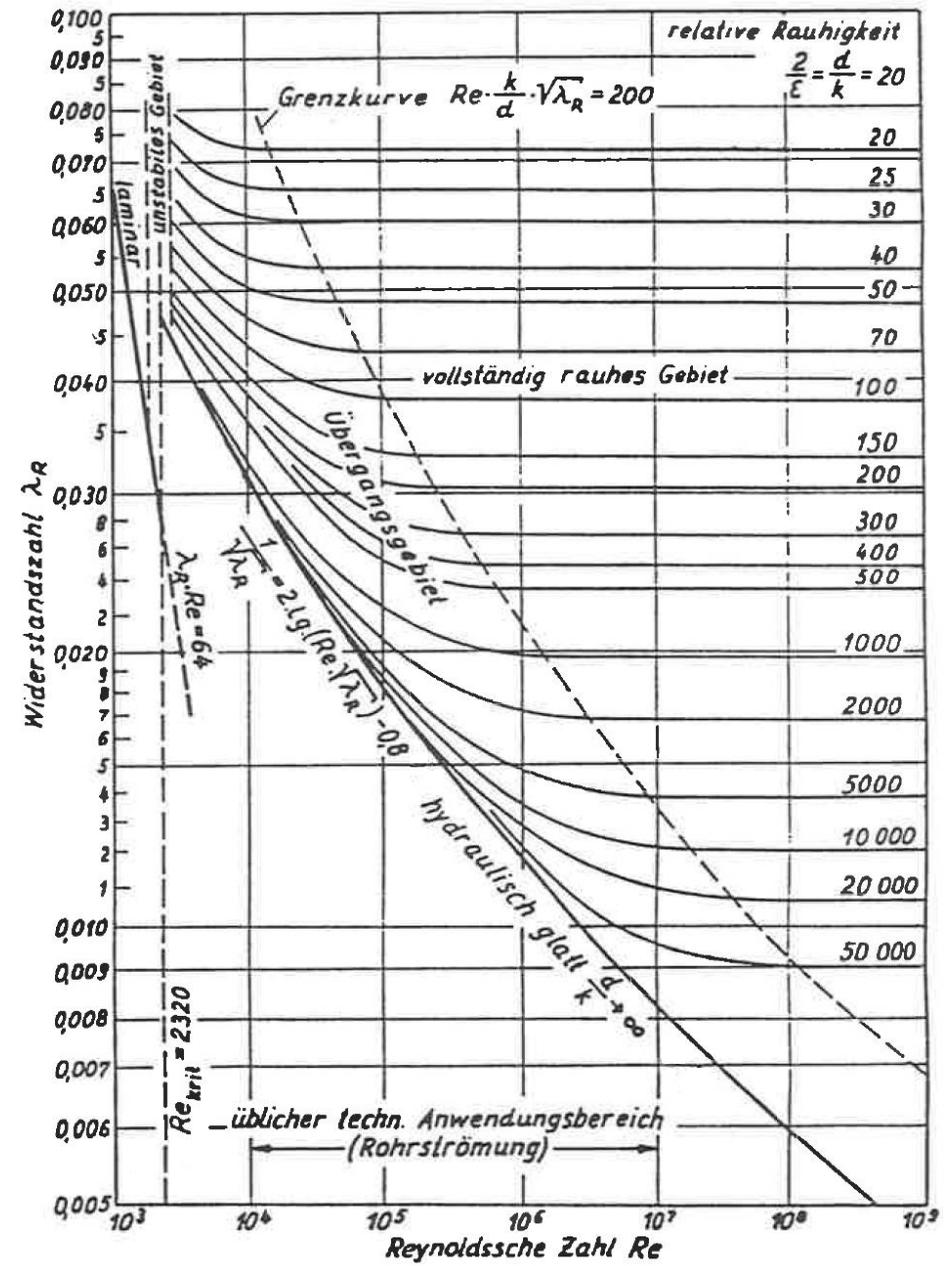
Blasius

glatt $\lambda = 0,32 \cdot Re^{-0,25}$

Colebrook – White

Übergang $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log\left(\frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} + 0,27 \cdot \frac{k}{d}\right)$

Grenze $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{Re}{200} \cdot \frac{k}{d}$



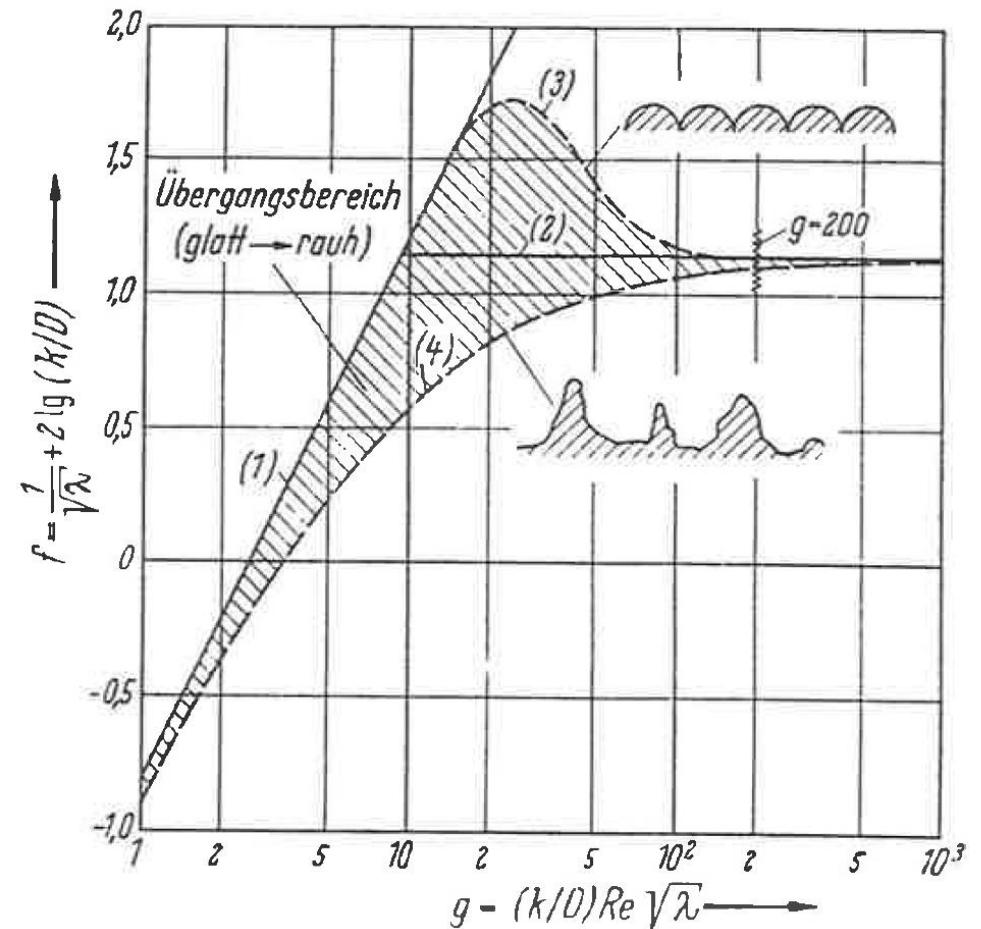
Zahlenwerte für äquivalente Sandrauigkeit k_s [mm]:

Betonrohr, Mittelwert für Rohrstrecke, mit Stößen	2,0
Betonrohr, neu, handelsüblich, mit Glattanstrich	0,3 – 0,8
Gusseisernes Rohr, stark verrostet	4,5
Gusseisernes Rohr, neu, bitumiert (Richter „Rohrhydraulik“)	0,10

Zahlenwerte für geometrische Rauigkeit k [mm]:

Rohr, Gussoberfläche in Strömungsmaschinen	0,06 – 0,25
Stark angerostete Blehschaufeln	0,06
Gefräste und gezogenen Schaufeln	0,015 – 0,025
Geschliffene und polierte Schaufeln	0,001 – 0,002

- (1) glattes Rohr
- (2) vollkommen rauhes Rohr
- (3) Sandrauigkeit
- (4) technische Rauigkeit



Quelle: Truckenbrodt

Strömungswiderstand hängt von der Geometrie der Rauheiten ab:

eigentlich: Umformen in äquivalente Sandrauigkeit

häufig: äquivalente Sandrauigkeit und geometrische Rauigkeit werden gleichgesetzt

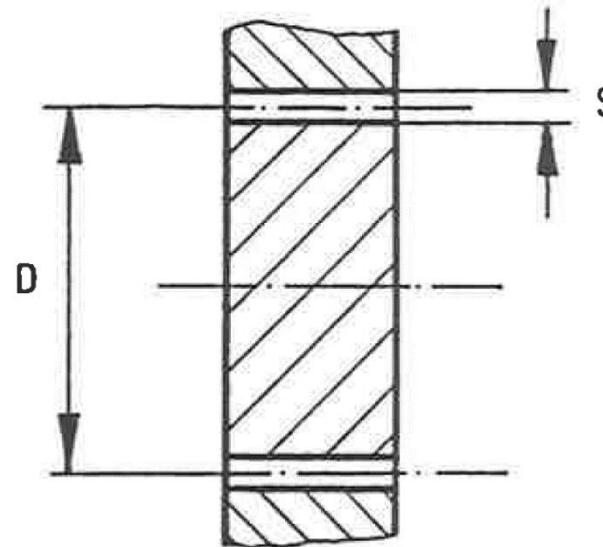
Vorteil der Kreisrohruntersuchung

- gilt auch für nicht kreisförmige Querschnitte

$$d_{hydr} = \frac{4 \cdot A}{U}$$

- zu Verallgemeinern auch für Kanalformen

Beispiel konzentrischer Ringspalt:



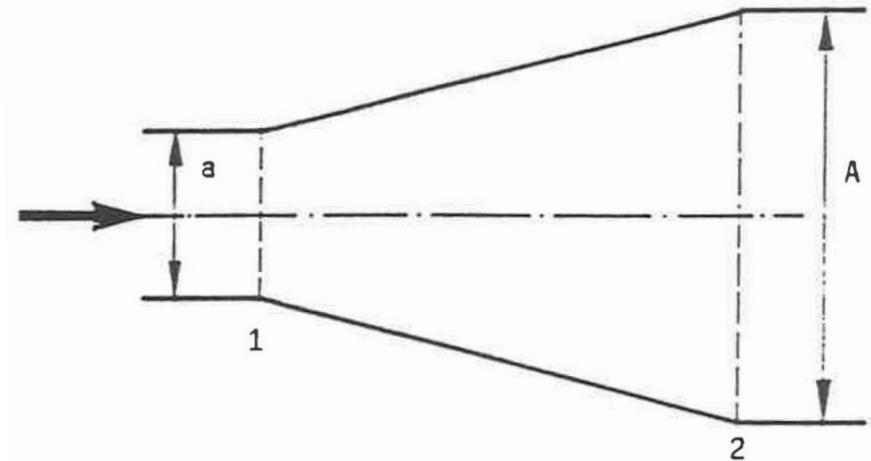
$$\begin{aligned} d_{hydr} &= \frac{4 \cdot A}{U} \\ &= 4 \cdot \frac{D \cdot \pi \cdot S}{2 \cdot D \cdot \pi} = 2 \cdot S \end{aligned}$$

b) Diffusorverluste

Gütegrad 1. $\eta_D = \frac{\text{tatsächliche Druckerhöhung}}{\text{ideale Druckerhöhung}}$

$$\eta_D = \frac{\frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g}}{\frac{c_1^2 - c_2^2}{2 \cdot g}}$$

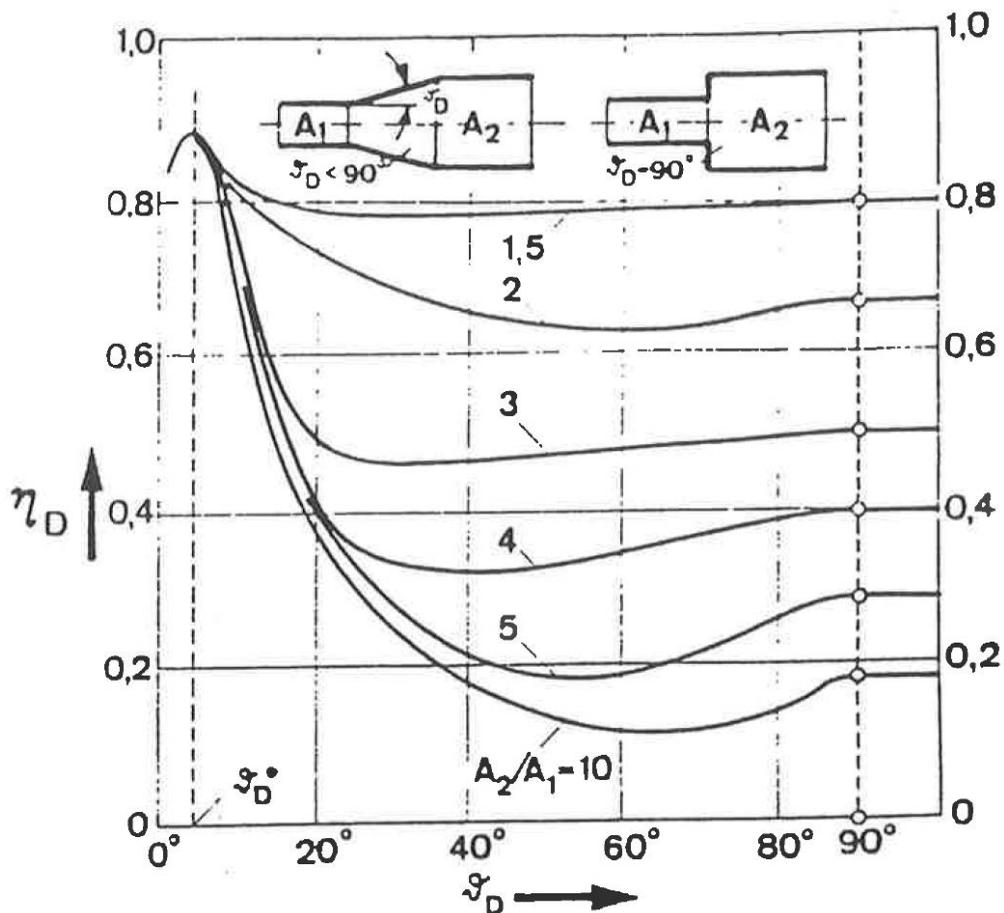
Druckhöhenverlust $h_v = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2 \cdot g} \cdot (1 - \eta_D)$



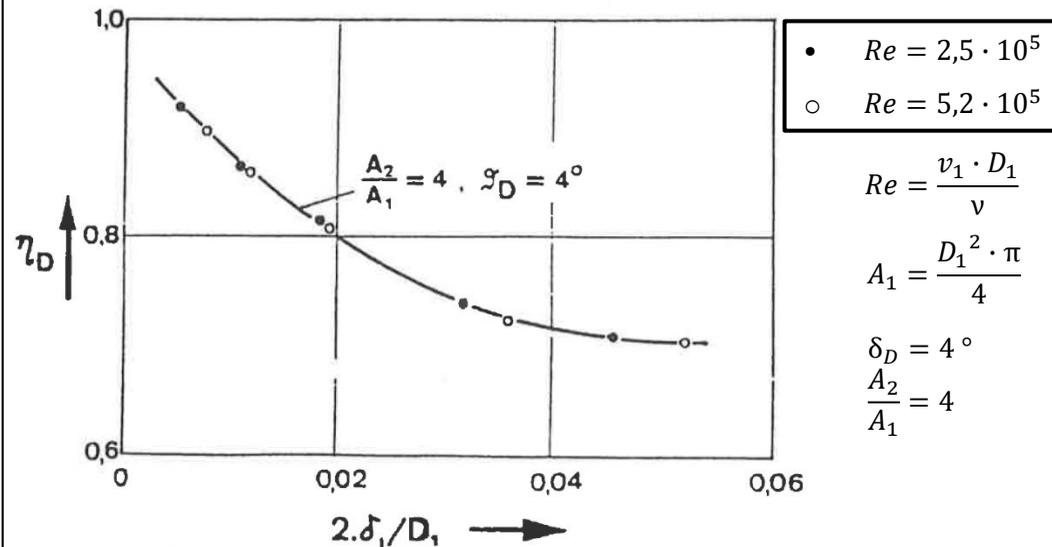
Gütegrad 2. $\lambda_D = \frac{\text{tatsächliche Druckerhöhung}}{\text{Staudruck}} = \frac{\frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g}}{\frac{c_1^2}{2 \cdot g}}$

Diffusorwirkungsgrad = $f(\text{Öffnungswinkel})$

$Re = 10^5$ gebildet mit Eintrittsdurchmesser



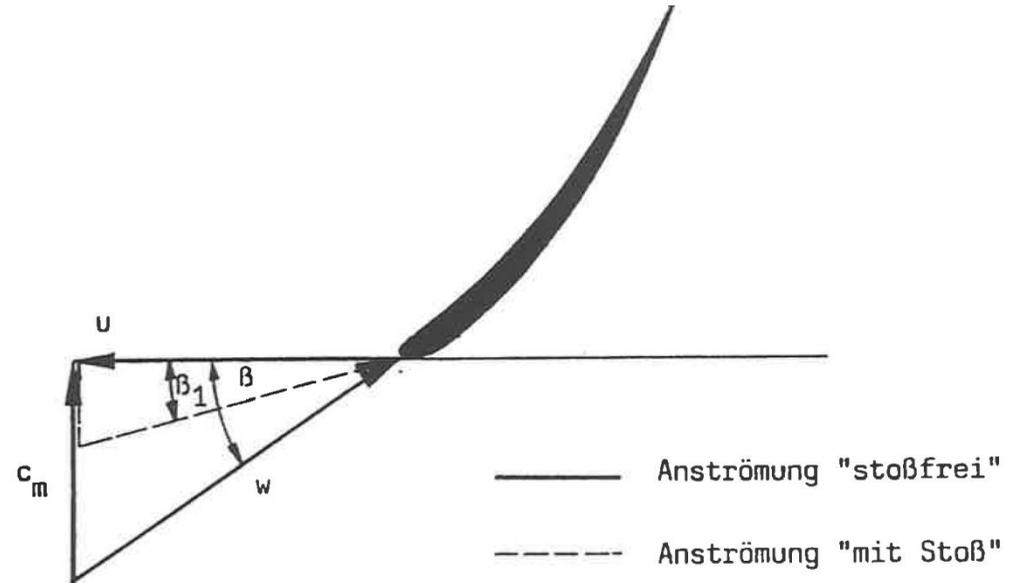
Diffusorgütegrad als Funktion der Grenzschichtdicke am Eintritt



Quelle : Truckenbrodt

c) Stoßverluste

Verluste, die bei Falschanströmung der Profile entstehen



zwei Begriffe

geometrisch stoßfrei: Anströmung in Richtung der Skelettlinie, drehungsfrei

hydraulisch stoßfrei: Überlagerung eines Wirbels verschiebt den Staupunkt und die Richtung geometrisch stoßfreier Anströmung

Bei dünnen schwachgekrümmten Profilen ist die Zirkulation schwach und die Richtungen hydraulisch stoßfrei und geometrisch stoßfrei fallen praktisch zusammen.

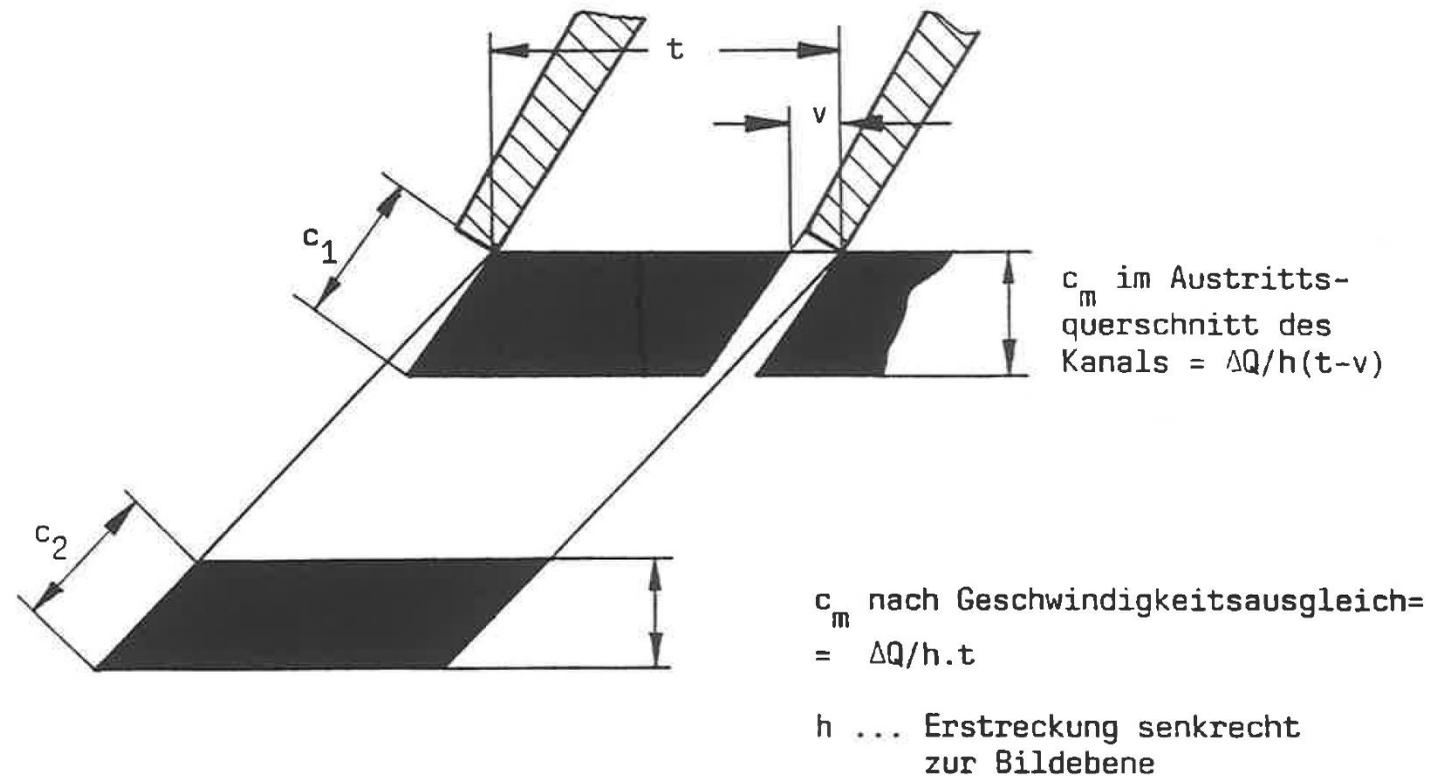
d) Mischverluste

Ausgleich unregelmäßiger
Geschwindigkeitsprofile:

⇒ Mischverluste

Impulssatz:

$$h_v = \frac{(c_1 - c_2)^2}{2 \cdot g}$$



Leckverluste, Druckabfall und Reibungsbeiwert eines Dichtspaltes

- hängen eng zusammen
- können durch die Energiebilanz vom Eintritt e bis Austritt a mehr oder weniger genau berechnet werden

Reibungsbeiwert λ kann nach Prandtl-Colebrook bestimmt werden

- mit dem äquivalenten hydraulischen Durchmesser $d_{hydr} = \frac{4 \cdot A}{U}$
- und bei genauer Betrachtung unter Berücksichtigung der Rotation (Stampa, Yamada)
-

$$\frac{p_e}{\rho \cdot g} + \frac{c_e^2}{2 \cdot g} = \frac{p_a}{\rho \cdot g} + \frac{c_a^2}{2 \cdot g} + h_v$$

$\frac{c_e^2}{2 \cdot g}, \frac{c_a^2}{2 \cdot g}$ werden vernachlässigt $h_v = \frac{\Delta p}{\rho \cdot g}$

Δp berücksichtigt: Eintritt, Kontraktion, Reibung im Spalt, Verwirbelung, Austritt

$$h_v = \frac{\Delta p}{\rho \cdot g} = \sum \zeta \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g} = \underbrace{\mu \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g}}_{\text{Eintritt, Kontraktion}} + \underbrace{\lambda \cdot \frac{l}{2 \cdot s} \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g}}_{\text{Reibung + Wirbel}} + \underbrace{1 \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g}}_{\text{Austritt}} = \left(1,5 + \lambda \cdot \frac{l}{2 \cdot s} \right) \cdot \frac{c^2}{2 \cdot g}$$

Eintritt,
Kontraktion
= 0,5

Reibung
+ Wirbel

Austritt

Durchflussgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} \cdot \frac{1}{\left(1,5 + \lambda \cdot \frac{l}{2 \cdot s} \right)}}$$

mehrere Dichtspalte

$$c = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} \cdot \frac{1}{\left(\frac{z}{\alpha^2} + \lambda \cdot \frac{l}{2 \cdot s} \right)}}$$

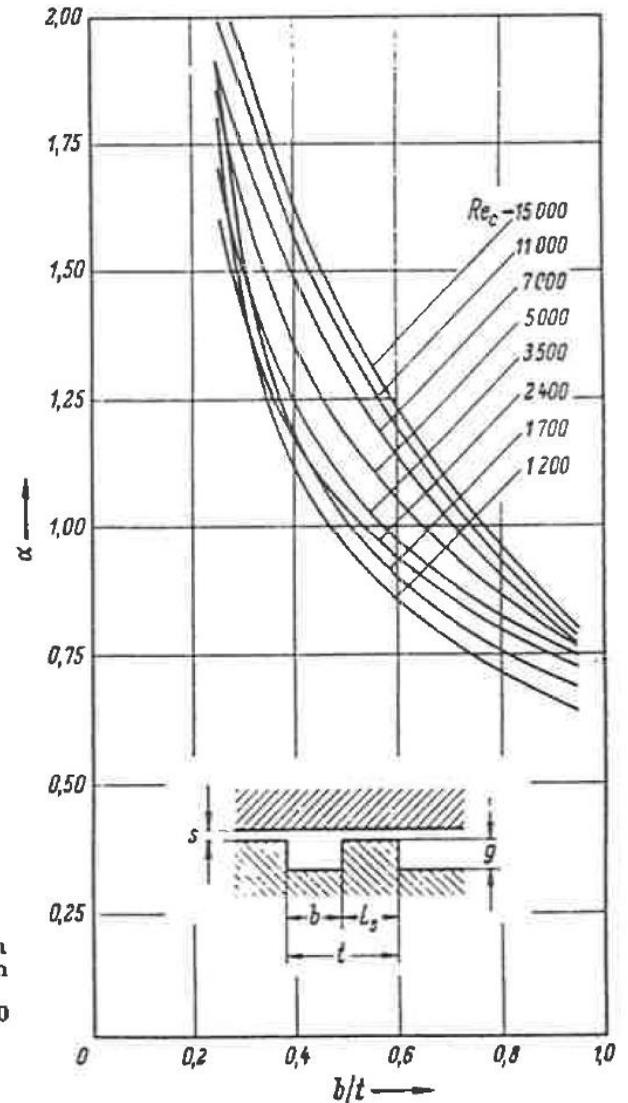
z

Anzahl der Dichtspalte

Δp

aus dem Druck vor und hinter dem Spalt gegeben

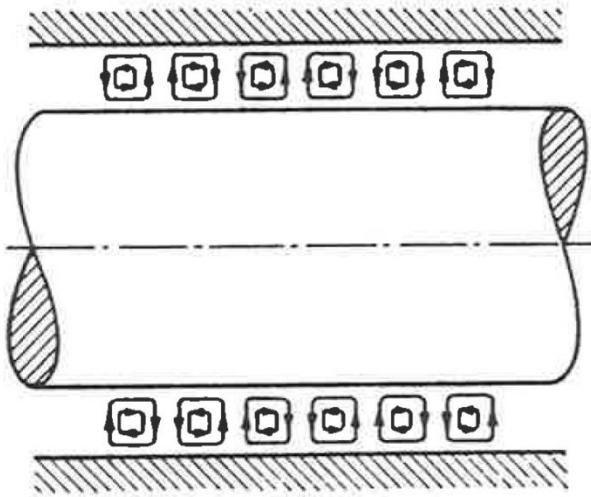
Belwert α für den mittleren Teil einer Spaltdichtung mit mehreren Dichtungsspalten.
Gültig für $l/s = 15 - 25$; $g/s = 3 - 10$ und $Re_u = 0 - 15000$



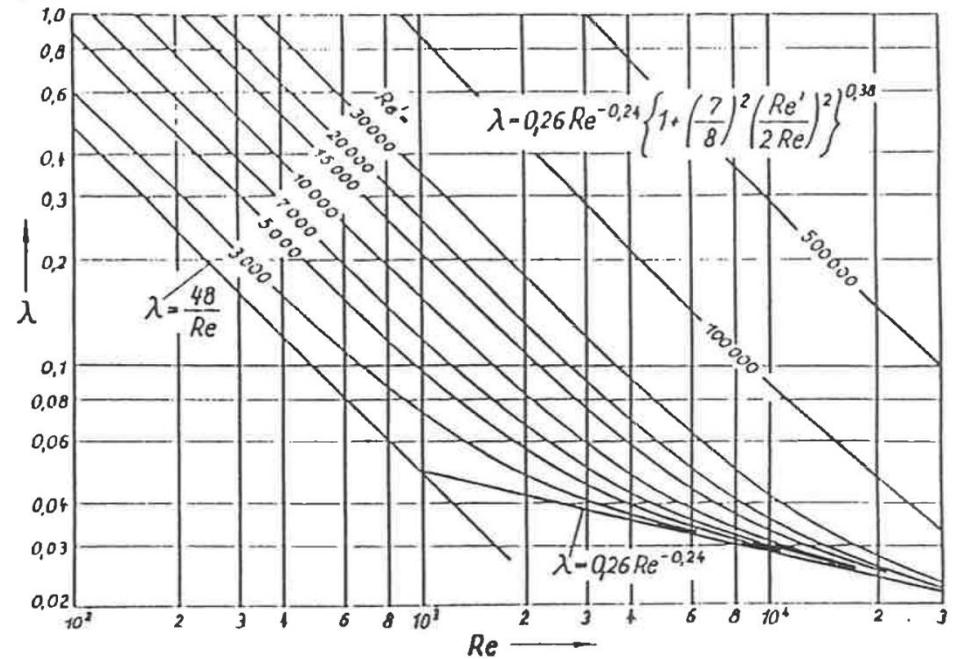
Die Rotation bewirkt das Entstehen von **Taylor-Wirbeln** und verschiebt den Umschlag laminar-turbulent zu höheren Reynolds-Zahlen (gebildet mit u oder c)

$$T_a = \frac{u_i \cdot d}{\nu} \cdot \sqrt{\frac{d}{R_i}}$$

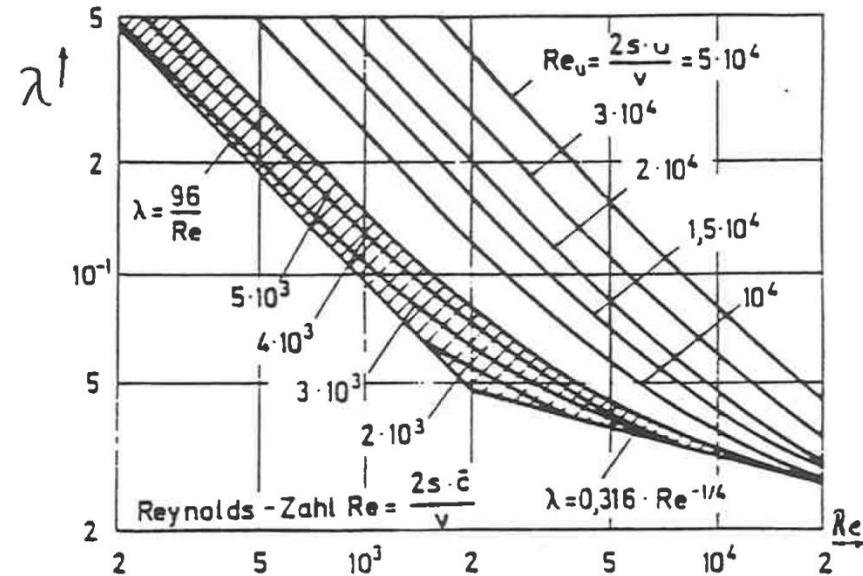
- $T_a = 41,3$: Couette-Strömung
- $41,3 \leq T_a < 400$: laminare Taylor-Wirbel
- $T_a > 400$: turbulente Taylor-Wirbel



Taylor-Wirbel in einem zylindrischen Ringspalt
(dargestellt ohne Durchflußströmung)



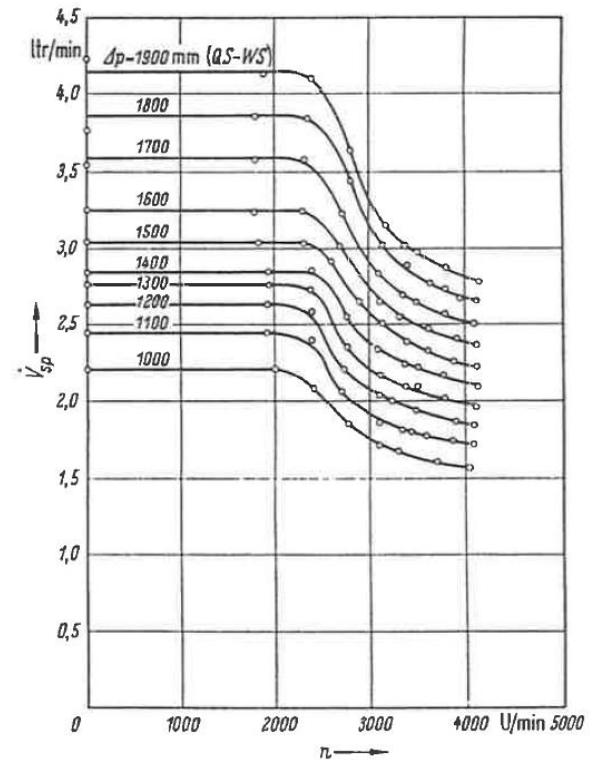
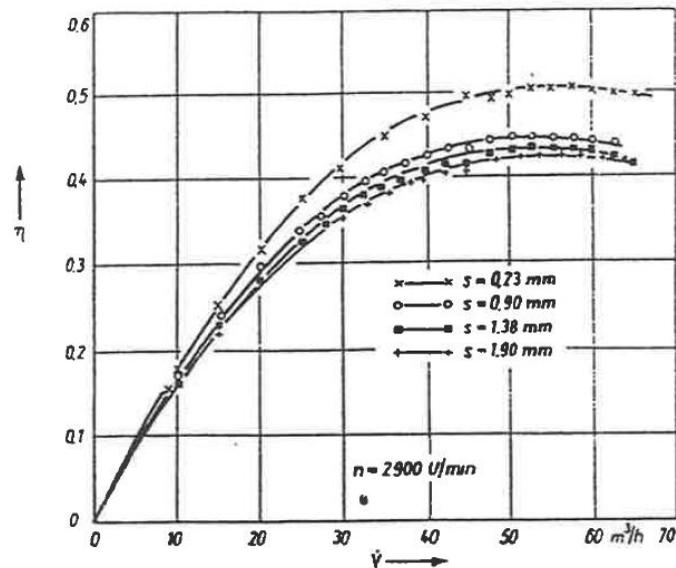
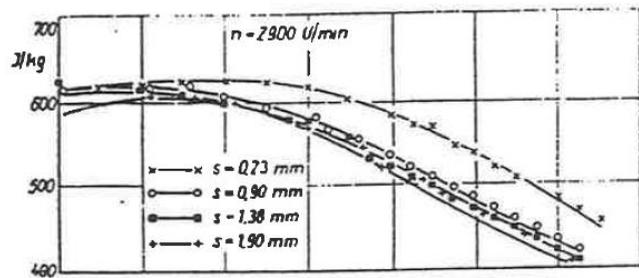
Widerstandsbeiwert λ für den axialen Durchfluß zwischen konzentrischen Zylindern in Abhängigkeit von Rotation und axialem Durchfluß (nach Yamada)



Meßergebnisse $\lambda = \lambda(Re_w)$ nach STAMPA

Anwendung

- Berechnung von Leckstrom, Druckabfall, **Axialkraft**, Tragwirkung
 \Rightarrow Ermittlung der Steuercharakteristik, Rotordynamik



Spaltstrom \dot{V}_{sp} in Abhängigkeit der Wellendrehzahl n und der Druckdifferenz Δp an einem zylindrischen Ringspalt gemäß Abb. 7.2 mit $L_s = 110 \text{ mm}$; $D_s = 85 \text{ mm}$ und $\varepsilon = 0,11 \text{ mm}$.

Kennlinien und Stufenwirkungsgrade der ersten Stufe in Abhängigkeit der Spaltweite

b.) Thermische Strömungsmaschine

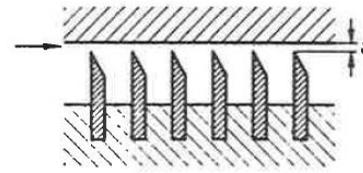
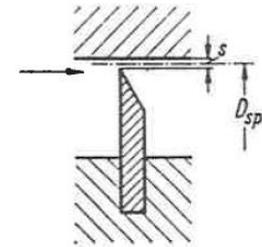
Labyrinth-Dichtungen

$$c = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} \cdot \frac{\alpha^2}{z}}$$

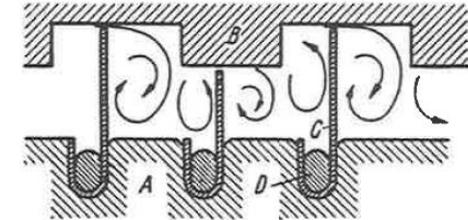
z Anzahl der Labyrinthspitzen

Formel wie für mehrer Dichtspalte,
aber $l = 0$

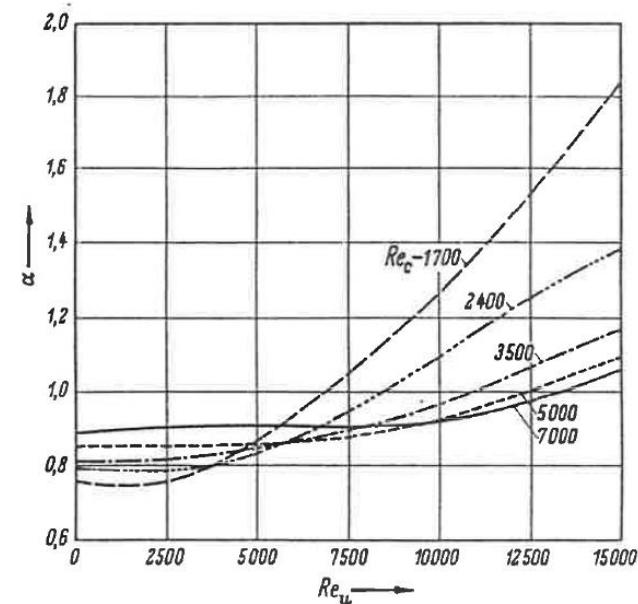
Ringspalt mit einer Spitzendichtung



Ringspalt mit $z = 6$ Spitzendichtungen



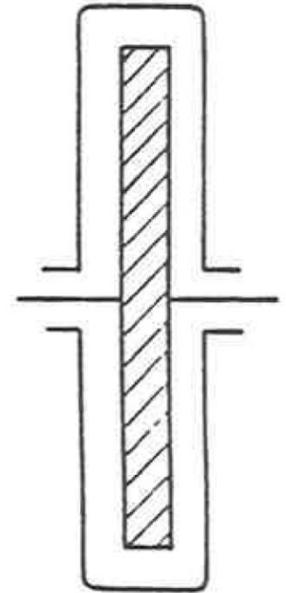
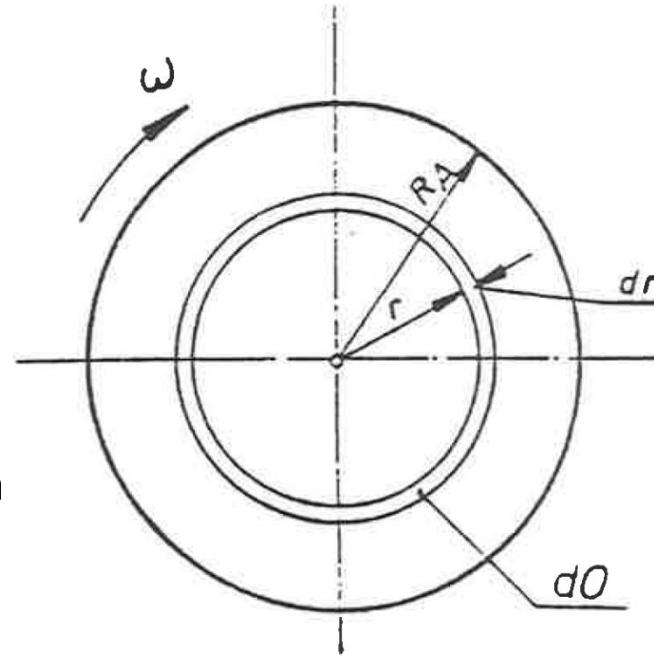
Labyrinth-Spitzendichtung (BBC)
A Welle; B Gehäuse; C Dichtungsstreifen;
D Stemmdraht



Beiwert α für zylindrische Ringspalte mit nur einem Dichtungsspalt in Abhängigkeit der als Reynolds-Zahl Re_u dargestellten Umfangsgeschwindigkeit u

3. Bremsverluste

- Reibung zwischen
 - ruhendem Gehäuse
 - rotierendem Laufrad
- sehr unterschiedliche Geometrie
- Sonderfall: ebene Platte in parallelwandigem Gehäuse



Rotierende Scheibe im Gehäuse

- Bremsmoment

$$dM = dF \cdot r = \tau \cdot dO \cdot r$$

$$= \frac{\rho}{2} \cdot r^2 \cdot \omega^2 \cdot c_f \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \cdot dr \cdot r$$

$$= \pi \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r^4 \cdot c_f \cdot dr$$

$$M = \int dM = \pi \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot \int_0^{R_A} r^4 \cdot c_f \cdot dr$$

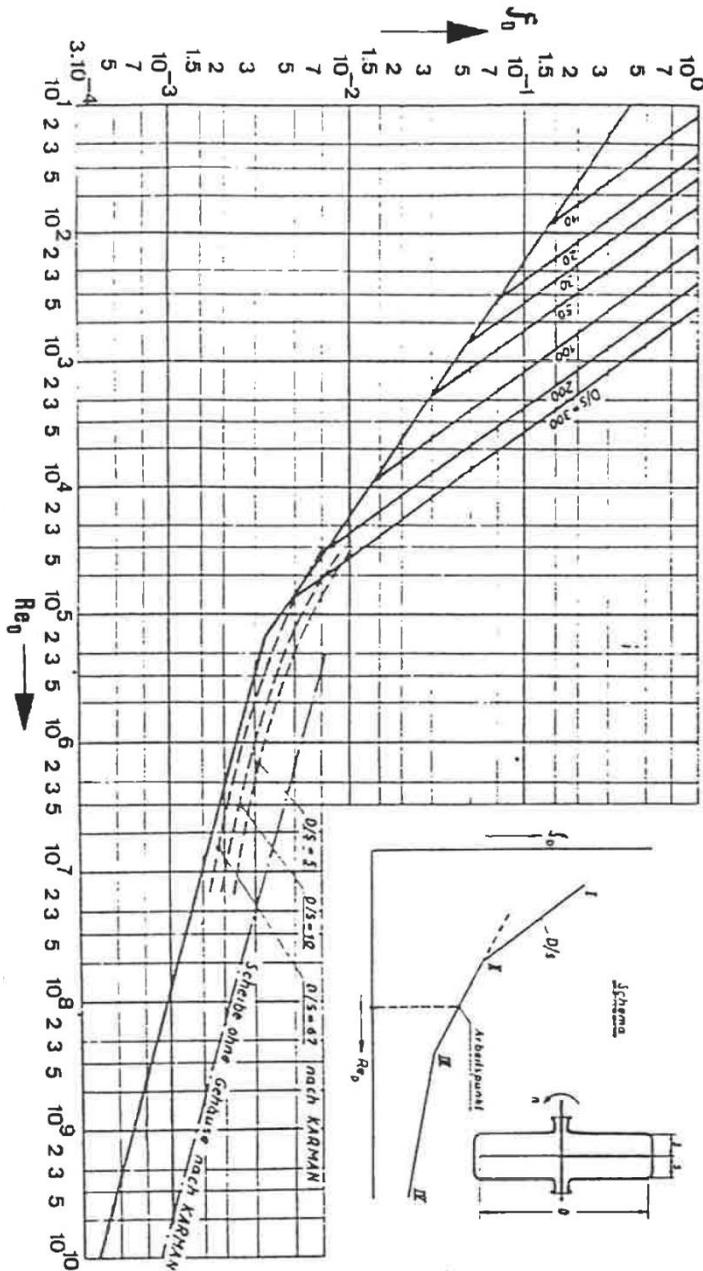
$$= \pi \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot \bar{c}_f \cdot \frac{1}{5} \cdot R_A^5 \quad \text{auf eine Seite der Scheibe}$$

$$\text{mit } \bar{c}_f = \frac{\int_0^{R_A} r^4 \cdot c_f \cdot dr}{\int_0^{R_A} r^4 \cdot dr}$$

$$\text{Leistung } P_V = k \cdot \omega^3 \cdot D^5$$

Wichtig $P \sim D^5$

$D + 10\% \Rightarrow P_V + 60\%$



Drehmoment: $M = \xi_D \cdot \rho \cdot n^2 \cdot D^5$ [Nm]

Leistung: $P = M \cdot 2 \cdot \pi \cdot n$ [W]

M gilt für **beide Seiten** der Scheibe

ρ Dichte des Mediums $Re_D = \frac{D^2 \cdot n}{\nu}$

n [1/s]..Drehzahl

D [m].. Außendurchmesser

Empfohlene Lehrveranstaltungen zum Thema Wasserkraft

LV-Nr	LV-Titel	SWS	ART	ECTS	SEM	ORGANISATION	VORTRAGENDE
317.014	Instationäre Strömungen in Anlagen und Systemen	3	Vo+Ue	4	W	Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen	Jaberg
317.020	Rechnerische Simulation von Strömungsmaschinen und Anlagen	3	VU	3	W	Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen	Benigni
317.023	Strömungsmaschinen Grundlagen	3	Vo+Ue	4	W	Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen	Jaberg
317.028	Industrielle Konstruktionspraxis hydraulischer Strömungsmaschinen	2	Vo	3	W	Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen	Radulovic
317.010	Laborübung Hydraulische Strömungsmaschinen	3	LU	3	S	Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen	Benigni, Schiffer, Höller
317.017	Bachelor-Projekt - Hydraulische Strömungsmaschinen	8	PR	13	S	Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen	Benigni, Schiffer, Höller
317.024	Hydraulische Strömungsmaschinen	2	Vo	3	S	Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen	Jaberg
317.025	Hydraulische Strömungsmaschinen Vertiefung MB	3	Vo	4.5	S	Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen	Jaberg
317.029	Betriebsführung von Wasserkraftwerken	1	Vo	1.5	S	Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen	Demel
319.101	Maschinendynamik I	4	Vo+Ue+LU	5	W	Institut für Thermische Turbomaschinen und Maschinendynamik	Heitmeir
319.102	Maschinendynamik II	3	Vo+Ue	4	S	Institut für Thermische Turbomaschinen und Maschinendynamik	Heitmeir
431.110	Elektrische Antriebstechnik	2	VU	3	W	Institut für Elektrische Antriebstechnik und Maschinen	Krischan
303.045	Korrosion und Korrosionsschutz	2	Vo	3	W	Institut für Werkstoffkunde und Schweißtechnik	Sommitsch
303.016	Bruchmechanik	2	Vo	3	W	Institut für Werkstoffkunde und Schweißtechnik	Enzinger
303.151	Fügetechnik	2	Vo	3	W	Institut für Thermische Turbomaschinen und Maschinendynamik	Enzinger
321.106	Höhere Strömungslehre und Wärmeübertragung	2	Vo	3	W	Institut für Strömungslehre und Wärmeübertragung	Steiner
371.119	Energiewirtschaftslehre	2	Vo	3	W	Institut für Industriebetriebslehre und Innovationsforschung	Spitzer
443.772	Regelungstechnik 1	2	Vo	3	W	Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik	Hofer
443.773	Regelungstechnik 2	3	Vo+Ue	3	S	Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik	Hofer
443.770	Regelungstechnik 3	3	Vo+Ue	3	S	Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik	Hofer
213.456	Fluss- und Sedimenthydraulik	2	VU	4	S	Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft	Knoblauch
213.461	Hydraulik	4	VU	6	W	Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft	Dorfmann

- Lehrveranstaltungen
- Bachelorarbeiten
- Masterarbeiten
- Publikationen
- Exkursionen
- Prüfungstermine
- Skripten & Beispiele**
- Weiterbildung

- ▀ [GrazChloralkalielektrolyse.ppt](#)
- ▀ [GrazEinleitung.ppt](#)
- ▀ [GrazKeramik.ppt](#)
- ▀ [GrazKunststoffe.ppt](#)
- ▀ [GrazMuellverbrennung.ppt](#)
- ▀ [GrazSchwefelsaeure.ppt](#)
- ▀ [GrazSonderwerkstoffe.ppt](#)
- ▀ [GrazWK_H2SO4.ppt](#)

Bachelor- und Masterarbeiten

Interesse?

Mehr Infos über Themenbereiche bzw. nach thematischer Abstimmung übernehmen wir auch gerne die Betreuung, wenn Sie bereits ein Thema haben.

Kontaktieren Sie uns.

317.023 Strömungsmaschinen Grundlagen

Stand Skript: Oktober 2018

- ▀ [317.023 STROEMUNGSMASCHINEN GRUNDLAGEN Stand Oktober 2018 REV1.1.pdf](#)

Sammlung Prüfungsbeispiele für: Strömungsmaschinen Grundlagen, Pumpen und Verdichter

- ▀ [hfm_pruefung_beispiele_hydraulische-stroemungsmaschinen.pdf](#)

Formelsammlung Pumpen und Turbinen

- ▀ [hfm_formelsammlung_pumpen_u_turbinen-merkblatt_01.pdf](#)

317.024 / 317.025 Hydraulische Strömungsmaschinen Vertiefung MB/MBW, VT

Stand Skript: 06.03.2017

- ▀ [Skript für 317.024 und 317.025: Hydr. Strömungsmaschinen Vertiefung MB/MBW, VT](#)

www.hfm.tugraz.at

→ Studium & Weiterbildung

→ Skripten & Beispiele

Abhaltungstermine der Lehrveranstaltung 317.023

Abhaltungstermine (2018, Wintersemester)

317.023 „Strömungsmaschinen Grundlagen“

•MI	03.10.2018	08:15 Uhr bis 10:00 Uhr	HS B (NT03002)*
•DO	04.10.2018	08:15 Uhr bis 11:00 Uhr	HS A (NT01004)
•MI	10.10.2018	08:15 Uhr bis 10:00 Uhr	HS B (NT03002)
•DO	11.10.2018	08:15 Uhr bis 11:00 Uhr	HS A (NT01004)
•MI	17.10.2018	08:15 Uhr bis 10:00 Uhr	HS B (NT03002)
•DO	18.10.2018	08:15 Uhr bis 11:00 Uhr	HS A (NT01004)
•MI	24.10.2018	08:15 Uhr bis 10:00 Uhr	HS B (NT03002)
•DO	25.10.2018	08:15 Uhr bis 11:00 Uhr	HS A (NT01004)
•MI	31.10.2018	08:15 Uhr bis 10:00 Uhr	HS B (NT03002)
•MI	07.11.2018	08:15 Uhr bis 10:00 Uhr	HS B (NT01004)
•DO	08.11.2018	08:15 Uhr bis 11:00 Uhr	HS A (NT01004)

* Wird im Rahmen einer Exkursion nachgeholt!

Literaturliste

Titel	Intstitut	Signatur
Faragallah, W. rotierende Verdrängermaschinen	HFM	P117
Horlock, J. H. Axialkompressoren	TTM	Strm28
Neumaier, R. Hermetische Pumpen	HFM	P105
Pfleiderer Die Kreiselpumpen für Flüssigkeiten und Gase	HFM	P38
Pfleiderer / Petermann Strömungsmaschinen	HFM	Strm35
Prager, R. Oszillierende Verdrängerpumpen	HFM	P123
Scholz, N. Strömungsuntersuchungen an Schaufelgittern	HFM	Hy96
Scholz, N. Aerodynamik der Schaufelgitter	TTM	
Sigloch Strömungsmaschinen	HFM	Strm126
Stepanoff, A. J. Radial- und Axialpumpen	HFM	P51
Traupel, W. Thermische Turbomaschinen Band 1	HFM	V58
Traupel, W. Thermische Turbomaschinen Band 2	HFM	V62
VEB Technisches Handbuch Verdichter	HFM	V64
VEB Technisches Handbuch Pumpen	HFM	P85

HFM Hydraulic Fluid Machinery
TTM Thermische Turbomaschinen